

UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID
ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR



Estudio Numérico de Transferencia de Calor en Conductos en Régimen Turbulento

PROYECTO FIN DE CARRERA
Ingeniería Industrial

Alejandro Gonzalo Grande
25/09/2013

Tutor: Manuel García-Villalba Navaridas

Director: Óscar Flores Arias

Índice

Lista de Figuras.	v
Lista de Tablas.	viii
Nomenclatura.	ix
1. Introducción.	1
1.1. Motivación.	1
1.2. Turbulencia en tuberías.	2
1.2.1. Descripción del flujo.	2
1.2.2. Equilibrio de las fuerzas medias.	2
1.2.3. Definición de parámetros y regiones cerca de la pared de la tubería.	4
1.2.4. Perfiles de velocidades medias en las regiones cerca de la pared.	6
1.2.4.1. Ley de la pared.	7
1.2.4.2. Subcapa viscosa.	8
1.2.4.3. Subcapa logarítmica.	8
1.2.4.4. Ley del defecto de velocidad.	9
1.2.5. Ley de fricción.	10
1.2.6. Consideraciones hidrodinámicas.	12
1.3. Transferencia de calor por convección forzada.	14
1.3.1. Consideraciones térmicas.	14
1.3.2. Balance de energía.	16
1.3.3. Correlaciones de convección para flujo turbulento.	18
1.4. Estado del arte.	20
2. DNS y NEK5000.	21
2.1. DNS.	21
2.1.1. Definición y características.	21
2.1.2. Ecuaciones que gobiernan el movimiento.	22
2.2. NEK5000.	23
2.2.1. Descripción breve de NEK5000.	23
2.2.2. Métodos numéricos.	23
3. Primeras simulaciones con NEK5000.	25
3.1. Canal bidimensional laminar.	25
3.2. Tubería laminar.	28
3.3. Tubería turbulenta.	32

4. Resultados de transferencia de calor.	36
4.1. Casos a estudio.	36
4.1.1. Caso 1 (Flujo de calor uniforme)	39
4.1.2. Caso 2 (Flujo de calor sinusoidal)	40
4.1.3. Caso 3 (Calentamiento no homogéneo)	41
4.2. Validación del Caso 1.	42
4.3. Comparación de resultados.	46
4.3.1. Temperatura media ($\bar{\Theta}$).	46
4.3.2. Temperatura rms (Θ_{rms}).	48
4.3.3. Fluctuación de temperatura instantánea ($\Theta - \bar{\Theta}$).	50
4.3.4. Flujos de calor.	53
4.3.5. Modelo de obtención de T_s .	54
5. Conclusiones.	57
6. Bibliografía.	59
7. Apéndice.	60
7.1. NEK5000.	60
7.1.1. Cómo correr una simulación.	60
7.1.2. Herramientas.	68

Lista de Figuras

1.2.1	Esfuerzos turbulentos y viscosos en función de y^+ . Línea sólida: Esfuerzos turbulentos $\overline{u'_z u'_r}^+$; Línea de trazos y puntos: Esfuerzos viscosos $u'_z \Theta'$. DNS de Wu y Moin [11]	5
1.2.2	Diagrama de Moody.	13
1.3.1	Volumen de control diferencial.	16
2.2.1	Elemento básico en 2D de NEK5000.	23
3.1.1	Malla para el canal bidimensional.	25
3.1.2	Comparación del perfil de velocidades en el canal bidimensional. Línea roja a trazos: Solución de la ecuación analítica; Línea azul sólida: Solución obtenida con NEK5000.	26
3.2.1	Malla inicial de la tubería.	28
3.2.2	Malla refinada de la tubería.	29
3.2.3	Vista de la malla refinada de la tubería con los puntos dentro de los elementos.	29
3.2.4	Comparación del perfil de velocidades en la tubería laminar. Línea roja a trazos: Solución de la ecuación analítica; Línea azul sólida: Solución obtenida con NEK5000.	31
3.3.1	Velocidad media axial $\overline{u_z}/u_\tau$ en función de y^+ . Línea roja: Wu y Moin [11]; Línea azul: Solución obtenida con NEK5000.	33
3.3.2	Velocidad rms axial $u_{z,rms}/u_\tau$ en función de y^+ . Línea roja: Wu y Moin [11]; Línea azul: Solución obtenida con NEK5000.	33
3.3.3	Velocidad rms radial $u_{r,rms}/u_\tau$ en función de y^+ . Línea roja: Wu y Moin [11]; Línea azul: Solución obtenida con NEK5000.	34
3.3.4	Velocidad rms azimutal $u_{\theta,rms}/u_\tau$ en función de y^+ . Línea roja: Wu y Moin [11]; Línea azul: Solución obtenida con NEK5000.	34
3.3.5	Esfuerzos turbulentos $\overline{u'_r u'_z}/u_\tau^2$ en función de y^+ . Línea roja: Wu y Moin [11]; Línea azul: Solución obtenida con NEK5000.	35
4.1.1	Dibujo explicativo de por qué $(\text{Re}_\tau \text{Pr})^{-1} \int_{\partial\Omega} \nabla \tilde{\Theta} \cdot \bar{n} dS = (\text{Re}_\tau \text{Pr})^{-1} \int_{\partial\Omega} \frac{\partial \tilde{\Theta}}{\partial \tilde{r}} dS$	37
4.1.2	Dibujo esquemático del Caso 1.	39
4.1.3	Dibujo esquemático del Caso 2.	40
4.1.4	Dibujo esquemático del Caso 3.	41
4.2.1	Temperatura media $(\overline{\Theta_s} - \overline{\Theta})/T^*$ en función de y^+ . Línea roja: Piller [7]; Línea azul: Solución obtenida con NEK5000.	43
4.2.2	Temperatura rms $(\overline{\Theta_s} - \overline{\Theta})/T^*$ en función de y^+ . Línea roja: Piller [7]; Línea azul: Solución obtenida con NEK5000.	43

4.2.3	Flujo de calor radial turbulento $u'_r \Theta' / u_\tau T^*$ en función de y^+ . Línea roja: Piller [7]; Línea azul: Solución obtenida con NEK5000.	44
4.2.4	Flujo de calor axial turbulento $u'_z \Theta' / u_\tau T^*$ en función de y^+ . Línea roja: Piller [7]; Línea azul: Solución obtenida con NEK5000.	44
4.3.1	Temperatura media $\bar{\Theta} / T^*$: (a) Caso 2; (b) Caso 3. Obsérvese el cambio de escala en las gráficas.	46
4.3.2	Temperatura media $\bar{\Theta} / T^*$: (a) $\theta = 0^\circ$; (b) $\theta = 45^\circ$; (c) $\theta = 90^\circ$; (d) $\theta = 135^\circ$; (e) $\theta = 180^\circ$. Línea azul: Caso 1. Línea negra: Caso 2. Línea roja: Caso 3. Obsérvese el cambio de escala en las gráficas.	47
4.3.3	Temperatura rms Θ_{rms} / T^* : (a) Caso 2; (b) Caso 3. Obsérvese el cambio de escala en las gráficas.	48
4.3.4	Temperatura rms Θ_{rms} / T^* : (a) $\theta = 0^\circ$; (b) $\theta = 45^\circ$; (c) $\theta = 90^\circ$; (d) $\theta = 135^\circ$; (e) $\theta = 180^\circ$. Línea azul: Caso 1. Línea negra: Caso 2. Línea roja: Caso 3. Obsérvese el cambio de escala en las gráficas.	49
4.3.5	Fluctuación de temperatura instantánea $\Theta - \bar{\Theta} / T^*$: (a) Corte en z del Caso 1; (b) Corte en z del Caso 2; (c) Corte en z del Caso 3. Obsérvese el cambio de escala en las gráficas.	51
4.3.6	Fluctuación de temperatura instantánea $\Theta - \bar{\Theta} / T^*$: (a) Corte en x del Caso 1; (b) Corte en x del Caso 2; (c) Corte en x del Caso 3. Obsérvese el cambio de escala en las gráficas.	51
4.3.7	Fluctuación de temperatura instantánea $\Theta - \bar{\Theta} / T^*$: (a) Isosuperficie Caso 1 (2 niveles de -3 y 3); (b) Isosuperficie Caso 2 (2 niveles de -8 y 8); (c) Isosuperficie Caso 3 (2 niveles de -8 y 8).	52
4.3.8	Flujo de calor radial $u'_r \Theta' / u_\tau T^*$: (a) Caso 2; (b) Caso 3. Flujo de calor azimutal $u'_\theta \Theta' / u_\tau T^*$: (c) Caso 2; (d) Caso 3. Flujo de calor axial $u'_z \Theta' / u_\tau T^*$: (e) Caso 2; (f) Caso 3. Obsérvese el cambio de escala en las gráficas.	53
4.3.9	Comparación entre T_s real y T_s obtenida con el modelo. Línea roja: T_s real. Línea azul: T_s obtenida con el modelo.	56
7.1.1	Pantalla inicial de PRENEK: (a) prex; (b) pretex.	69
7.1.2	Pantalla de lectura de parámetros (READ PARAMETER).	70
7.1.3	Pantalla de configuración del solver (SET EQUATION TYPE).	70
7.1.4	Pantalla dónde seleccionamos la forma de construir la malla (CENTRAL).	71
7.1.5	Cuadrícula dónde se configura el sistema de coordenadas.	72
7.1.6	Menú para construir la malla (BUILD MENU).	72
7.1.7	Menú para reajustar el sistema de coordenadas (SET GRID).	73
7.1.8	Menú para curvar los lados de los elementos (CURVES SIDE).	74
7.1.9	Menú para refinar la malla (GLOBAL REFINE).	74
7.1.10	Menú para configurar las propiedades de las variables (VARIABLE PROPERTY).	75

7.1.11	Menú de “descanso a medio camino” (MIDWAY BREAK).	
7.1.12	Menú para configurar las condiciones de contorno (BOUNDARY CONDITION).	76
7.1.13	Condiciones de contorno del fluido.	76
7.1.14	Condiciones de contorno térmicas.	77
7.1.15	Menú de aceptar o revisar las condiciones de contorno (ACCEPT/REVIEW).	77
7.1.16	Menú con opciones adicionales para configurar el problema (OPTIONS).	78

Lista de Tablas

1	Parámetros $t_{inicial}$, $t_{average}$ y L_{des} de cada simulación.	38
2	Condiciones de contorno primitivas que tiene NEK5000.	65
3	Condiciones de contorno definidas por el usuario que tiene NEK5000.	66

Nomenclatura

$\overline{(\cdot)}$	Media de (\cdot) .
$(\cdot)'$	Fluctuaciones de (\cdot) .
$(\tilde{\cdot})$	(\cdot) adimensionalizada.
$(\cdot)^+$	(\cdot) en unidades de pared, normalizada con u_τ y ν .
$(\cdot)_{rms}$	Root mean square de la variable (\cdot) .
α	Difusividad térmica.
b	Altura del canal.
C	Número de Courant.
C_f	Coeficiente de fricción en función de u_m .
c	Calor específico para líquido perfecto.
c_f	Coeficiente de fricción en función de u_0 .
c_v	Calor específico a volumen constante.
Δt	Paso temporal.
Δx	Distancia entre los puntos de la malla en la coordenada x .
Δy	Distancia entre los puntos de la malla en la coordenada y .
Δz	Distancia entre los puntos de la malla en la coordenada z .
$\Delta x_{e,max}$	Distancia máxima entre los elementos de la malla en la coordenada x .
$\Delta y_{e,max}$	Distancia máxima entre los elementos de la malla en la coordenada y .
$\Delta x_{e,min}$	Distancia mínima entre los elementos de la malla en la coordenada x .
$\Delta y_{e,min}$	Distancia mínima entre los elementos de la malla en la coordenada y .
Δz_e	Distancia entre los elementos de la malla en la coordenada z .
ΔP	Diferencia de presión entre los extremos de la tubería.
δ	Longitud característica.
δ_v	Escala de Longitud viscosa
D	Diámetro de la tubería.
η	Escala de Kolmogorov.
e_{rel}	Error relativo.
f	Factor de fricción.
f_v	Fuerza volumétrica.
Γ	Gradiente axial de temperatura media.
h	Coeficiente de convección.
k	Conductividad térmica.
k_f	Conductividad térmica del fluido.
L	Longitud de la tubería.
L_x	Longitud necesaria en una malla de un problema unidimensional para contener a los torbellinos de mayor tamaño de la cascada de Kolmogorov.

L_{des}	Longitud que ha recorrido una partícula fluida antes de tomar estadísticas.
$lvIN$	Número de niveles de la malla.
μ	Viscosidad dinámica del fluido.
\dot{m}	Flujo másico.
ν	Viscosidad cinemática del fluido.
N	Dimensión del tensor.
N_{1D}	Número de puntos de una simulación unidimensional.
N_{3D}	Número de puntos de una simulación tridimensional.
\bar{n}	Vector de posición genérico.
Nu_D	Número de Nusselt, definido con el diámetro de la tubería D y la conductividad térmica del fluido k_f .
Ω	Superficie de integración.
Ψ	Fuerzas másicas.
P	Presión reducida.
p	Presión instantánea.
Pe_m	Número de Péclet, definido con el diámetro de la tubería D y la velocidad media u_m .
P_L	Gradiente de presión.
Pr	Número de Prandtl.
P_w	Presión en la pared.
q	Flujo de calor.
Q_{vol}	Generación de calor volumétrica.
R	Radio de la tubería.
ρ	Densidad del fluido.
r	Coordenada radial.
Re_m	Número de Reynolds, definido con el diámetro de la tubería D y la velocidad media u_m .
Re_τ	Número de Reynolds de fricción, definido con la longitud característica δ y la velocidad de fricción u_τ .
Θ	Fluctuaciones de temperatura respecto de T_m .
θ	Coordenada acimutal o ángulo.
τ	Esfuerzos cortantes.
τ_{lam}	Esfuerzos laminares.
τ_{turb}	Esfuerzos turbulentos.
τ_w	Esfuerzos cortantes en la pared.
T	Temperatura instantánea.
T^*	Temperatura de fricción..
T_c	Temperatura característica.
T_m	Temperatura media (promediada en tiempo y en secciones transversales).

T_{ref}	Temperatura de referencia.
T_s	Temperatura en la superficie interna de la pared de la tubería.
$t_{inicial}$	Tiempo durante el que hemos corrido el código antes de tomar estadísticas.
$t_{average}$	Tiempo durante el que se han promediado los resultados de cada simulación.
u	Vector velocidad instantáneo, $u = (u_x, u_y, u_z)$.
u_c	Velocidad característica.
u_0	Velocidad en el centro de la tubería.
u_m	Velocidad media (promediada en secciones transversales).
u_r	Velocidad radial.
u_θ	Velocidad acimutal.
u_τ	Velocidad de fricción.
u_x	Velocidad en x .
u_y	Velocidad en y .
u_z	Velocidad axial.
V	Volumen de integración.
x	Coordenada cartesiana del eje de abscisas.
y	Según el contexto puede ser la distancia entre la pared y el centro de la tubería siendo el origen del sistema la pared de la tubería, $y = R - r$ o coordenada cartesiana del eje de ordenadas.
z	Coordenada axial.
$z_{cd,h}$	Longitud de entrada a partir de la cual desaparece el efecto de la capa límite térmica.
$z_{cd,t}$	Longitud de entrada a partir de la cual desaparece el efecto de la capa límite hidrodinámica.

1. Introducción

1.1. Motivación

Este proyecto surge debido al interés que existe en solucionar los problemas que ocurren en las tuberías de las centrales termosolares de torre. Según Moore et al. [5] el principal de estos problemas es la rotura de las tuberías. Entre las causas que influyen en esta rotura se encuentra la corrosión del acero de las tuberías debido a la mezcla de sales de nitrato que se utiliza como fluido, el desgaste que sufre la capa de cromo del interior de las tuberías al disolverse con las sales, la presencia de agua y cloruros en la mezcla de sales, el sobrecalentamiento del acero y las tensiones residuales debidas a las operaciones de laminado y soldadura.

Para estudiar cómo evitar el sobrecalentamiento, vamos a estudiar la temperatura en la superficie interna de la pared (T_s). También es importante conocer la temperatura de las sales de nitrato en toda la sección de la tubería, para verificar que están trabajando en el rango de temperaturas de operación, intentando así evitar el máximo tiempo posible su degradación.

Este estudio se va a realizar mediante simulaciones numéricas directas de transferencia de calor en un flujo turbulento en una tubería, como la que podríamos encontrar en el receptor de la torre de una central termosolar. Para ello, utilizaremos un DNS (Direct Numerical Simulation) de código libre llamado NEK5000 que está basado en el método de elementos espectrales.

El proyecto es un paso previo a un posible estudio más avanzado que pudiera ser utilizado en una central termosolar. Esto se debe a que los parámetros impuestos difieren de forma significativa con los parámetros reales de estudio. En concreto, hemos usado como número de Reynolds $Re_m \sim 5300$ y como número de Prandtl $Pr = 0.7$ mientras que en una central termosolar los valores típicos son $Re_m \sim 40000$ y $Pr \sim 10$. También hemos supuesto que el flujo es incompresible, y que las propiedades de la mezcla de sales no varían con la temperatura. En realidad la densidad, la viscosidad y la conductividad térmica de las sales en las centrales termosolares son funciones de la temperatura.

Este trabajo también aporta una base de datos que puede ser utilizada para comparar resultados de estudios realizados mediante la resolución de las ecuaciones RANS (Reynolds Averaged Navier Stokes). De forma que puede ser usado para validar los resultados de distintos modelos de turbulencia.

1.2. Turbulencia en tuberías

En este apartado vamos a extraer algunos resultados interesantes de las ecuaciones analíticas, que luego podremos observar en los resultados obtenidos en las simulaciones. Para ello, repasaremos parte de la teoría de la turbulencia. Haremos el equilibrio de fuerzas medias, recordaremos las regiones cerca de la pared, los perfiles de velocidades dentro de esas regiones y la ley de fricción.

1.2.1. Descripción del flujo

Consideramos un flujo que atraviesa una tubería de radio R , que tomaremos como longitud característica ($\delta = R$). Suponemos que en la entrada de la tubería el flujo turbulento está completamente desarrollado y que es estadísticamente estacionario.

1.2.2. Equilibrio de las fuerzas medias

Partimos de la ecuación de continuidad y de las ecuaciones de cantidad de movimiento del flujo medio incompresible en coordenadas cilíndricas. Los valores promedio de las variables se

han calculado como $\overline{(\cdot)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T (\cdot) dt$. Hay que tener en cuenta que flujo estadísticamente

estacionario implica que $\partial \overline{(\cdot)} / \partial t = 0$.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (\overline{ru_r})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{u_\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \overline{u_z}}{\partial z} = 0 \quad 1.2.1)$$

y

$$\overline{u_r} \frac{\partial \overline{u_z}}{\partial r} + \frac{\overline{u_\theta}}{r} \frac{\partial \overline{u_z}}{\partial \theta} + \overline{u_z} \frac{\partial \overline{u_z}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} - \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (\overline{ru'_z u'_r})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{u'_z u'_\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \overline{u'^2_z}}{\partial z} \right) + \nu \nabla^2 \overline{u_z} \quad 1.2.2)$$

$$\begin{aligned} \overline{u_r} \frac{\partial \overline{u_r}}{\partial r} + \frac{\overline{u_\theta}}{r} \frac{\partial \overline{u_r}}{\partial \theta} + \overline{u_z} \frac{\partial \overline{u_r}}{\partial z} = \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} - \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (\overline{ru'^2_r})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{u'_r u'_\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \overline{u'_r u'_z}}{\partial z} - \frac{\overline{u'^2_\theta}}{r} \right) + \nu \left(\nabla^2 \overline{u_r} - \frac{\overline{u_r}}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \overline{u_\theta}}{\partial \theta} \right) \end{aligned} \quad 1.2.3)$$

$$\begin{aligned} \overline{u_r} \frac{\partial \overline{u_\theta}}{\partial r} + \frac{\overline{u_\theta}}{r} \frac{\partial \overline{u_\theta}}{\partial \theta} + \overline{u_z} \frac{\partial \overline{u_\theta}}{\partial z} = \\ = -\frac{1}{r\rho} \frac{\partial P}{\partial \theta} - \left(\frac{\partial \overline{u'_\theta u'_r}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial (\overline{ru'^2_\theta})}{\partial \theta} + \frac{\partial \overline{u'_\theta u'_z}}{\partial z} - \frac{2\overline{u'_\theta u'_r}}{r} \right) + \nu \left(\nabla^2 \overline{u_\theta} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \overline{u_\theta}}{\partial \theta} - \frac{\overline{u_\theta}}{r^2} \right) \end{aligned} \quad 1.2.4)$$

Teniendo en cuenta que el flujo es estadísticamente estacionario, que está completamente desarrollado y que la geometría es axilsimétrica se puede comprobar que:

-El flujo es estadísticamente homogéneo en θ : El campo medio de velocidades es independiente respecto del eje azimutal (θ).

-El flujo es estadísticamente homogéneo en z : El campo medio de velocidades es independiente respecto del eje axial (z).

Con estas simplificaciones, la ecuación de continuidad 1.2.1) se reduce a:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(\overline{ru_r})}{\partial r} = 0 \quad 1.2.5)$$

Imponiendo la condición de contorno $\overline{u_r} \Big|_{r=R} = 0$ obtenemos que $\overline{u_r} = 0$ para todo r .

Las ecuaciones de cantidad de movimiento 1.2.2), 1.2.3) y 1.2.4) se simplifican a:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} = -\frac{1}{r} \frac{\partial(\overline{ru'_z u'_r})}{\partial r} + \nu \left(\frac{\partial^2 \overline{u_z}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{u_z}}{\partial r} \right) \quad 1.2.6)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial(\overline{ru_r'^2})}{\partial r} + \frac{\overline{u_\theta'^2}}{r} \quad 1.2.7)$$

$$0 = -\frac{\partial \overline{u_r' u_\theta'}}{\partial r} + \frac{2\overline{u_r' u_\theta'}}{r} \quad 1.2.8)$$

Siendo P la presión reducida, $P = \overline{p} + \rho \Psi$, donde Ψ representa las fuerzas másicas.

Integrando la ecuación 1.2.8) y aplicando la condición de contorno $\overline{u_r' u_\theta'} \Big|_{r=R} = 0$ obtenemos que $\overline{u_r' u_\theta'} = 0$ para todos los valores de r .

Integrando ahora la ecuación 1.2.7) entre R y r (P_w y P):

$$\frac{1}{\rho} \int_{P_w}^P dP = -\int_R^r d\left(\overline{u_r'^2}\right) + \int_R^r \frac{\overline{u_\theta'^2} - \overline{u_r'^2}}{r} dr \quad 1.2.9)$$

Obtenemos:

$$P = -\rho \overline{u_r'^2} + \rho \int_R^r \frac{\overline{u_\theta'^2} - \overline{u_r'^2}}{r} dr + P_w(z) \quad 1.2.10)$$

Siendo $P_w(z)$ la presión media en la pared de la tubería. Nótese que tanto el término $-\rho \overline{u_r'^2}$ como $\rho \int_R^r \frac{\overline{u_\theta'^2} - \overline{u_r'^2}}{r} dr$ sólo dependen de la coordenada radial. Por lo tanto, si diferenciamos

la ecuación 1.2.10) respecto de z , podemos extraer que el gradiente de presión media axial es uniforme en el flujo.

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\partial P_w}{\partial z} \quad 1.2.11)$$

La ecuación 1.2.6) se puede escribir como:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \left(\overline{u'_z u'_r} - \nu \frac{\partial \overline{u_z}}{\partial r} \right) \quad 1.2.12)$$

Integrando la ecuación anterior respecto de r , obtenemos:

$$\frac{r^2}{2} \frac{\partial P}{\partial z} = r \left(\mu \frac{\partial \overline{u_z}}{\partial r} - \rho \overline{u'_z u'_r} \right) \quad 1.2.13)$$

La constante resultante de la integración es nula al evaluar el primer miembro de la anterior ecuación en $r = 0$.

Partiendo de la ecuación 1.2.13), expresamos los esfuerzos cortantes como la suma de los esfuerzos laminares o viscosos y los esfuerzos turbulentos.

$$\bar{\tau}(r) = \bar{\tau}_{lam} + \bar{\tau}_{turb} = \mu \frac{\partial \overline{u_z}}{\partial r} - \rho \overline{u'_r u'_z} \quad 1.2.14)$$

Integrando la ecuación 1.2.12) entre 0 y R , obtenemos el balance de fuerzas global sobre el fluido:

$$\frac{R}{2} \frac{\partial P_w}{\partial z} = \mu \frac{\partial \overline{u_z}}{\partial r} \bigg|_{r=R} = -\bar{\tau}_w \quad 1.2.15)$$

Siendo τ_w el esfuerzo cortante en la pared de la tubería ($\bar{\tau}(r)|_{r=R} = -\bar{\tau}_w$). En esta ecuación nos damos cuenta de que el gradiente de presión media axial, que actúa en toda la sección de la tubería, está equilibrado con los esfuerzos viscosos en la pared.

1.2.3. Definición de parámetros y regiones cerca de la pared de la tubería

Es evidente que cerca de la pared, la viscosidad (ν) y los esfuerzos cortantes en la pared (τ_w) son parámetros importantes. De manera que junto con la densidad (ρ) vamos a definir unas escalas de velocidad y de longitud que sean apropiadas para estudiar la turbulencia cerca de la pared.

También vamos a cambiar el sistema de referencia para adecuarlo al estudio cerca de la pared. De ahora en adelante, en lugar de utilizar como sistema de referencia r desde el centro de la tubería, tomaremos $y = R - r$.

Definimos la velocidad de fricción como:

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad 1.2.16)$$

La escala de longitud viscosa:

$$\delta_\nu = \nu \sqrt{\frac{\rho}{\tau_w}} = \frac{\nu}{u_\tau} \quad 1.2.17)$$

El número de Reynolds de fricción, que está basado en las variables de pared, queda definido como:

$$\text{Re}_\tau = \frac{u_\tau \delta}{\nu} = \frac{\delta}{\delta_\nu} \quad 1.2.18)$$

Por último definimos la distancia a la pared:

$$y^+ = \frac{y}{\delta_\nu} = \frac{u_\tau y}{\nu} \quad 1.2.19)$$

Esta magnitud es como un número de Reynolds local. De manera que su magnitud nos va a ser útil para ver la importancia relativa de los esfuerzos viscosos y turbulentos.

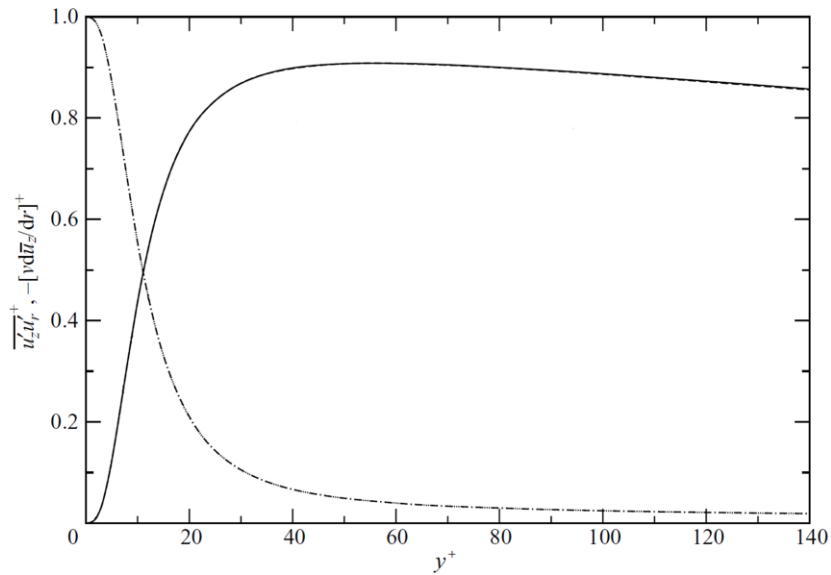


Figura 1.2.1. Esfuerzos turbulentos y viscosos en función de y^+ . Línea sólida: Esfuerzos turbulentos $\overline{u'_z u'_r}^+$; Línea de trazos y puntos: Esfuerzos viscosos $[\nu d\overline{u_z}/dr]^+$. DNS de Wu y Moin [11].

Basándonos en los resultados de la **Figura 1.2.1**, obtenida de la Simulación Numérica Directa de una tubería turbulenta realizada por Wu y Moin [11]. Podemos observar que muy cerca de

la pared ($y^+ = 0$) la contribución del término viscoso es del 100%, decae al 50% en $y^+ = 12$ y a menos del 10% para $y^+ = 50$.

Por lo tanto, podemos definir diferentes regiones o capas en el flujo cerca de la pared en base a y^+ . En la región viscosa de la pared ($y^+ < 50$) hay un efecto directo de la viscosidad sobre los esfuerzos cortantes. Mientras que por el contrario, en la capa externa ($y^+ > 50$) el efecto directo de la viscosidad es insignificante.

Dentro de la región viscosa de la pared podemos observar dos subcapas:

La subcapa viscosa ($y^+ < 5$) donde los esfuerzos turbulentos son insignificantes en comparación con los esfuerzos viscosos. A medida que el número de Reynolds del flujo aumenta, la región viscosa cerca de la pared disminuye. Ya que δ_v/δ varía como Re_τ^{-1} .

La subcapa logarítmica ($y^+ > 30$) es la zona donde a altos números de Re_τ el flujo está dominado principalmente por los esfuerzos turbulentos. Pero aún hay una pequeña influencia de la viscosidad.

La región entre la subcapa viscosa ($y^+ < 5$) y la subcapa logarítmica ($y^+ > 30$) se llama la zona de amortiguación. Es la región de transición entre el flujo dominado por los esfuerzos viscosos y el flujo dominado por los esfuerzos turbulentos.

1.2.4. Perfiles de velocidades medias en las regiones cerca de la pared

La tubería con un flujo turbulento completamente desarrollado queda completamente definida por los parámetros ρ, ν, δ y u_τ . Con ellos se pueden formar dos grupos adimensionales independientes ($y/\delta, Re_\tau = u_\tau \delta/\nu$). De manera que el perfil de velocidad media se puede escribir como:

$$\overline{u_z} = u_\tau F_0\left(\frac{y}{\delta}, Re_\tau\right) \quad 1.2.20)$$

Donde F_0 es una función adimensional universal a determinar. Aunque esta forma de determinar el perfil medio de velocidades parezca la más adecuada, es preferible proceder de una manera algo diferente. En lugar de $\overline{u_z}$, vamos a utilizar el gradiente de velocidad $d\overline{u_z}/dy$. Que como hemos ido observando a lo largo del desarrollo es la variable fluida de mayor interés. De nuevo al igual que ocurría con $\overline{u_z}$, $d\overline{u_z}/dy$ sólo depende de dos parámetros adimensionales. De modo que podemos escribir:

$$\frac{d\overline{u_z}}{dy} = \frac{u_\tau}{y} \Phi\left(\frac{y}{\delta_v}, \frac{y}{\delta}\right) \quad 1.2.21)$$

Donde Φ es una función adimensional universal. La idea de elegir esos parámetros adimensionales es que δ_v es la escala de longitud adecuada en la región viscosa de la pared. Mientras que δ es la escala de longitud idónea en la región externa. La relación:

$$\frac{y}{\delta_v} \bigg/ \frac{y}{\delta} = \text{Re}_\tau \quad 1.2.22)$$

Muestra que estos dos parámetros contienen la misma información que y/δ y Re_τ .

1.2.4.1. Ley de la pared

Prandtl (1925) postuló que, a altos números de Reynolds, cerca de la pared ($y/\delta \ll 1$) hay una capa interna en la que el perfil de velocidad media viene determinado por las escalas viscosas. Independientemente de δ y u_0 . Matemáticamente, cuando y/δ tiende a cero la función $\Phi(y/\delta_v / y/\delta)$ tiende asintóticamente a una función de y/δ_v . De modo que:

$$\frac{d\bar{u}_z}{dy} = \frac{u_\tau}{y} \Phi_I \left(\frac{y}{\delta_v} \right), \quad \text{para } \frac{y}{\delta} \ll 1. \quad 1.2.23)$$

$$\text{Siendo } \Phi_I \left(\frac{y}{\delta_v} \right) = \lim_{y/\delta \rightarrow 0} \Phi \left(\frac{y}{\delta_v}, \frac{y}{\delta} \right)$$

Con la variable adimensional $y^+ = y/\delta_v$ y $\bar{u}^+(y^+)$ definida como:

$$\bar{u}^+ = \frac{\bar{u}_z}{u_\tau} \quad 1.2.24)$$

Podemos escribir la ecuación 1.2.23) de la siguiente forma:

$$\frac{d\bar{u}^+}{dy^+} = \frac{1}{y^+} \Phi_I(y^+) \quad 1.2.25)$$

Integrando la ecuación 1.2.25) obtenemos la denominada ley de la pared:

$$\bar{u}^+ = f_w(y^+) \quad 1.2.26)$$

Dónde $f_w = \int_0^{y^+} \frac{1}{y'} \Phi_I(y') dy'$ es una función universal.

Es importante fijarse que \bar{u}^+ sólo depende de y^+ para $y/\delta \ll 1$.

1.2.4.2. Subcapa viscosa

La condición de no deslizamiento $\overline{u_z}|_{y=0} = 0$ se corresponde con $f_w(0) = 0$. Mientras que la ley de los esfuerzos viscosos en la pared si la adimensionalizamos con las escalas viscosas impone que $f'_w(0) = 1$.

Por lo tanto, la serie de Taylor de $f_w(y^+)$ para y^+ pequeñas es:

$$f_w(y^+) = y^+ + O(y^{+2}) \quad 1.2.27)$$

Y el perfil de velocidad en esta subcapa queda

$$\overline{u^+} = y^+ + O(y^{+2}) \quad 1.2.28)$$

Suponiendo que los términos de segundo orden $O(y^{+2})$ y de órdenes mayores son muy pequeños comparados con y^+ , obtenemos:

$$\overline{u^+} = y^+ \quad 1.2.29)$$

Observándose que en la subcapa viscosa la velocidad $\overline{u^+}$ varia linealmente con y^+ .

1.2.4.3. Subcapa logarítmica

La capa interna se define generalmente como $y/\delta < 0.1$. A altos números de Reynolds, en la parte exterior de la capa interna ($30 < y^+ < 1000$) se va a observar que $\overline{u^+}$ va a depender respecto de y^+ de forma logarítmica.

Como ya se ha dicho anteriormente en esta subcapa ($y^+ > 30$) suponemos que la viscosidad tiene un efecto pequeño. Por lo tanto, en la ecuación 1.2.23), desaparece la dependencia de $\Phi_I(y/\delta_\nu)$ con la viscosidad (recordemos que la viscosidad está introducida en el término adimensional $\delta_\nu = u_\tau/\nu$). Eso hace que Φ_I adopte un valor constante que denominaremos κ^{-1} .

$$\Phi_I(y^+) = \frac{1}{\kappa}, \quad \text{para } \frac{y}{\delta} \ll 1 \text{ y } y^+ \gg 1 \quad 1.2.30)$$

Por lo tanto, en esta región, el gradiente de velocidad media es

$$\frac{d\overline{u^+}}{dy^+} = \frac{1}{\kappa y^+} \quad 1.2.31)$$

Integrando la ecuación anterior, obtenemos:

$$\overline{u}^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + B \quad 1.2.32)$$

Dónde B es una constante de integración. La ecuación anterior es la denominada ley logarítmica de la pared que debemos a von Kármán (1930) y κ es la constante de von Kármán. Con variaciones del 5% entre unas publicaciones y otras, los valores de las constantes de la ley logarítmica son:

$$\kappa = 0.41, \quad B = 5.2$$

1.2.4.4. Ley del defecto de velocidad

En la capa externa ($y^+ > 50$), suponemos que $\Phi(y/\delta_v/y/\delta)$ es independiente de ν . Eso implica que, para valores altos de y^+ la función Φ tiende asintóticamente a una función de y/δ .

$$\lim_{y/\delta_v \rightarrow \infty} \Phi\left(\frac{y}{\delta_v}, \frac{y}{\delta}\right) = \Phi_0\left(\frac{y}{\delta}\right) \quad 1.2.33)$$

Sustituyendo Φ_0 por Φ en la ecuación 1.2.21) e integrando entre y y δ obtenemos la ley del defecto de la velocidad que también debemos a von Kármán.

$$\frac{u_0 - \overline{u}_z}{u_\tau} = F_D\left(\frac{y}{\delta}\right) \quad 1.2.34)$$

$$\text{Siendo } F_D\left(\frac{y}{\delta}\right) = \int_{y/\delta}^1 \frac{1}{y'} \Phi_0(y') dy'$$

Por definición, el defecto de velocidad es la diferencia entre la velocidad media \overline{u}_z y la velocidad en el centro de la tubería u_0 . La ley del defecto de velocidad establece que este defecto de velocidad adimensionalizado con u_τ , sólo depende de y/δ . A diferencia de la función de la ley de pared $f_w(y^+)$, aquí nada sugiere que $F_D(y/\delta)$ es universal. Es decir, que será diferente en los diferentes flujos. A números de Reynolds suficientemente altos ($Re_m > 20000$) hay una región de solapamiento entre la capa interna ($y/\delta < 0.1$) y la capa externa ($y^+ > 50$). En esta región las dos ecuaciones 1.2.23) y 1.2.33) son válidas. Quedando que:

$$\frac{y}{u_\tau} \frac{d\overline{u}_z}{dy} = \Phi_I\left(\frac{y}{\delta_v}\right) = \Phi_0\left(\frac{y}{\delta}\right), \quad \text{para } \delta_v \ll y \ll \delta. \quad 1.2.35)$$

Esta ecuación sólo puede se puede satisfacer en la región de solapamiento si Φ_I y Φ_0 son constantes, lo que nos lleva a:

$$\frac{y}{u_\tau} \frac{d\overline{u_z}}{dy} = \frac{1}{\kappa'}, \quad \text{para } \delta_v \ll y \ll \delta. \quad 1.2.36)$$

Este razonamiento descrito por Millikman (1938), ofrece una obtención alternativa de la ley logarítmica. Asimismo, establece la forma de la ley del defecto velocidad para y/δ pequeños.

$$\frac{u_0 - \overline{u_z}}{u_\tau} = F_D \left(\frac{y}{\delta} \right) = -\frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{y}{\delta} \right) + B_1, \quad \text{para } \frac{y}{\delta} \ll 1 \quad 1.2.37)$$

Dónde B_1 es una constante que depende del flujo.

Llamamos $u_{0,\log}$ al valor de $\overline{u_z}$ en el centro de la tubería obtenido mediante extrapolación de la ley logarítmica. Para $y/\delta = 1$ la ecuación anterior quedaría:

$$\frac{u_0 - u_{0,\log}}{u_\tau} = B_1 \quad 1.2.38)$$

Con esta ecuación y los valores citados arriba obtenidos mediante DNS o de forma experimental podríamos determinar el valor de B_1 .

1.2.5. Ley de fricción

Para estudiar el problema de fricción en una tubería vamos a definir una nueva velocidad que vamos a denominar velocidad media u_m .

$$u_m = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R \overline{u_z} 2\pi r dr \quad 1.2.39)$$

Una buena estimación de u_m se puede obtener usando la ecuación 1.2.37), asumiendo que $\overline{u_z}$ cumple esa ecuación en toda la tubería (para mantener la coherencia en la ecuación $B_1 = 0$ en $y = \delta$). Sabemos que la ecuación del defecto de velocidad en el centro de la tubería se ajusta perfectamente. Evidentemente cerca de la pared no es una buena aproximación, pero esta región hace una contribución insignificante a la integral de $\overline{u_z}$ (Excepto a números de Reynolds muy bajos). De manera que sabiendo que $y = R - r$ y que $\delta = R$ podemos escribir:

$$\frac{u_0 - u_m}{u_\tau} = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^R \frac{u_0 - \overline{u_z}}{u_\tau} r dr \approx \frac{2}{R^2} \int_0^R -\frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{R-r}{R} \right) r dr = \frac{3}{2\kappa} \quad 1.2.40)$$

Vamos a definir también el número de Reynolds Re_m en función de la velocidad media.

$$\text{Re}_m = \frac{u_m D}{\nu} = \frac{2u_m \delta}{\nu} \quad 1.2.41)$$

Una de las variables relevantes que se utiliza para evaluar la fricción, es el coeficiente de fricción que se puede definir en función de u_0 o de u_m como:

$$c_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho u_0^2} = 2\left(\frac{u_\tau}{u_0}\right)^2 \quad \text{y} \quad C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho u_m^2} = 2\left(\frac{u_\tau}{u_m}\right)^2 \quad 1.2.42)$$

Para obtener C_f necesitamos tener una relación entre u_τ y u_m , para ello vamos a introducir la ecuación 1.2.32) en la ecuación 1.2.37). Quedando:

$$\frac{u_0}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{\delta}{\delta_\nu}\right) + B + B_1 = \frac{1}{\kappa} \ln(\text{Re}_\tau) + B + B_1 \quad 1.2.43)$$

De manera que, para un Re_τ dado se podría resolver la ecuación anterior obteniendo así el coeficiente de fricción.

La ley de fricción para el flujo en una tubería se expresa normalmente en términos del factor de fricción (f).

$$f = \frac{-(dP/dz)D}{\frac{1}{2}\rho u_m^2} = \frac{\Delta P D}{\frac{1}{2}\rho u_m^2 L} = \frac{4\tau_w}{\frac{1}{2}\rho u_m^2} \quad 1.2.44)$$

Dónde ΔP es la caída de presión a lo largo de la longitud total de la tubería (L), D es el diámetro de la tubería ($D = 2R$).

Se puede observar que el factor de fricción f es cuatro veces el coeficiente de fricción C_f . Para obtener la ley de fricción vamos a introducir la ecuación 1.2.32) en la ecuación 1.2.37) y vamos a evaluar y en el centro de la tubería ($y = R = \delta$). De esta forma tenemos:

$$\frac{u_0}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{u_\tau \delta}{\nu}\right) + B \quad 1.2.45)$$

Por otro lado sabemos que $f = 4C_f = 8\left(\frac{u_\tau}{u_m}\right)^2 \Rightarrow u_\tau = \sqrt{\frac{f}{8}}u_m$ y que $\frac{u_0 - u_m}{u_\tau} = \frac{3}{2\kappa}$.

Entrando con esto en la ecuación anterior obtenemos:

$$\frac{2\sqrt{2}}{f} = \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{\sqrt{f}u_m\delta}{\sqrt{8}\nu}\right) + B - \frac{3}{2\kappa} = \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{\sqrt{f}\text{Re}_m}{2\sqrt{8}}\right) + B - \frac{3}{2\kappa} \quad 1.2.46)$$

Simplificando esta ecuación, sustituyendo las constantes y cambiando el \ln por \log_{10} obtenemos la ley de fricción de Prandtl para tuberías lisas.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2.0 \log_{10}(\sqrt{f} \operatorname{Re}_m) - 0.8 \quad 1.2.47)$$

1.2.6. Consideraciones hidrodinámicas

Nuestro caso de estudio es un flujo interno ya que el fluido está confinado por una superficie. Esto implica que la capa límite a una distancia z respecto de la entrada de la tubería quedará restringida. A partir de esa coordenada se considera que nos encontramos en la región donde el flujo está completamente desarrollado. Es decir, donde no se ve afectado por las condiciones de los extremos (región de entrada hidrodinámica).

En los flujos internos es importante conocer la extensión de la región de entrada, que depende de si el flujo es laminar o turbulento como en nuestro caso. El número de Reynolds está definido por la expresión 1.2.41) que recordamos a continuación.

$$\operatorname{Re}_m = \frac{u_m D}{\nu} \quad 1.2.48)$$

Dónde u_m es la velocidad media y D es el diámetro de la tubería ($D = 2R$).

En el flujo completamente desarrollado, el número de Reynolds crítico que corresponde con el inicio de la turbulencia es $\operatorname{Re}_m \approx 2300$ como se puede observar en la Figura 1.2.2. Para alcanzar condiciones completamente turbulentas el número de Reynolds ha de ser mucho mayor, aproximadamente $\operatorname{Re}_m \approx 10000$ para tuberías con una rugosidad relativa alta. Nuestro caso está justo en la zona de transición con $\operatorname{Re}_m \approx 5300$.

Al referirnos a condiciones completamente turbulentas nos referimos a la zona de la gráfica de la Figura 1.2.2 donde el factor de fricción para un número de Reynolds dado, es constante independientemente de la rugosidad relativa. Es conveniente tener en cuenta que en el caso ideal de una tubería completamente lisa, el flujo nunca alcanzaría estas condiciones.

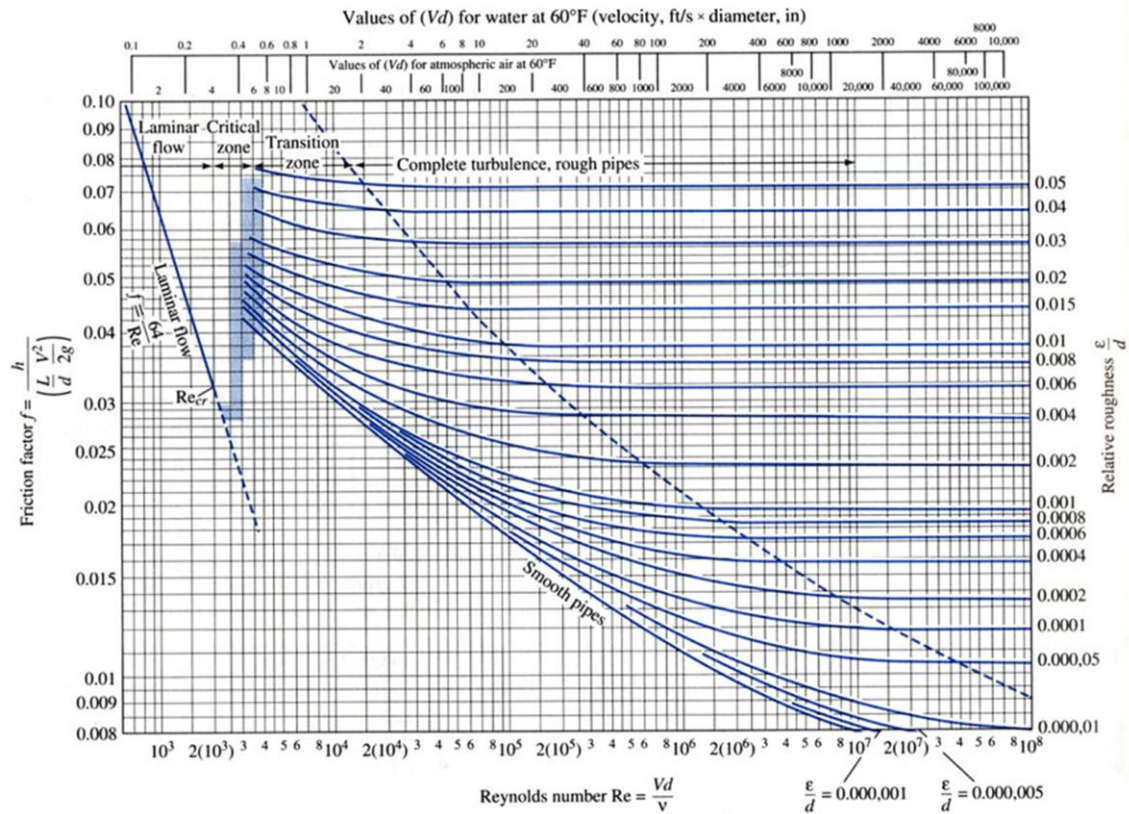


Figura 1.2.2. Diagrama de Moody.

Para un flujo turbulento, no hay una expresión general satisfactoria para la longitud de entrada. Se sabe que es aproximadamente independiente del número de Reynolds Re_m y como primera aproximación se puede decir que

$$10 \leq \left(\frac{z_{cd,h}}{D} \right)_{turb} \leq 60 \quad 1.2.49)$$

Siendo $z_{cd,h}$ la longitud de entrada a partir de la cual desaparece el efecto de la capa límite hidrodinámica. Es decir, la distancia a partir de la cual se considera que el flujo está completamente desarrollado hidrodinámicamente.

1.3. Transferencia de calor por convección forzada

1.3.1. Consideraciones térmicas

Como el fluido que entra en la tubería tiene una temperatura uniforme $T(r, \theta, 0)$ menor que la temperatura de la superficie de la pared. Empieza a producirse transferencia de calor por convección y comienza a desarrollarse una capa límite térmica. Además, si fijamos la condición de la superficie de la tubería imponiendo un el flujo de calor uniforme (q es constante), al final se alcanza una condición térmica completamente desarrollada. El perfil de temperatura $T(r, \theta, z)$ variará según se mantenga un flujo de calor constante.

Al igual que ocurría con la capa límite hidrodinámica o de velocidad, en la capa límite térmica también nos interesa saber la extensión de la región de entrada. Para un flujo turbulento se sabe que es aproximadamente independiente del número de Reynolds Re_m y del número de Prandtl ($Pr = \nu/\alpha$). Como primera aproximación se dice que

$$\left(\frac{z_{cd,t}}{D} \right)_{turb} \geq 10 \quad 1.3.1)$$

Siendo $z_{cd,t}$ la longitud de entrada a partir de la cual desaparece el efecto de la capa límite térmica. Es decir, la distancia a partir de la cual se considera que el flujo está completamente desarrollado térmicamente.

De la misma manera que tuvimos que definir una velocidad media para abordar el problema de que la velocidad varíe sobre la sección transversal. Vamos a tener que definir también una temperatura media.

$$T_m = \frac{2}{u_m R^2} \int_0^R u_z T r dr \quad 1.3.2)$$

Válida para flujo incompresible y cuando el calor específico a volumen constante (c_v) sea constante.

La ley de enfriamiento de Newton quedará expresada en función de la temperatura media de la siguiente forma:

$$q = h(T_s - T_m) \quad 1.3.3)$$

Dónde h es el coeficiente de transferencia de calor por convección, T_s la temperatura en la superficie interna de la tubería y q el flujo de calor.

Uno de los parámetros que más se utilizan en la transmisión de calor por convección es el número de Nusselt Nu_D . Que es un parámetro adimensional que mide la transferencia de calor por convección que ocurre en la superficie de la tubería.

$$Nu_D = \frac{hD}{k_f} \quad 1.3.4)$$

Siendo k_f la conductividad térmica del fluido.

Si existe aporte neto de calor desde las paredes al fluido a lo largo de toda la tubería, $\partial T/\partial z$ y dT_m/dz nunca serán cero. Es decir, la temperatura a lo largo de z aumentará a lo largo de toda la tubería y en principio nunca sería estadísticamente uniforme en z . Sin embargo, la temperatura adimensional $(T_s - T)/(T_s - T_m)$ si es estadísticamente uniforme en z , aunque el perfil de temperatura $T(r)$ seguirá dependiendo de z . En efecto:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{(T_s - T)}{(T_s - T_m)} \right] = 0 \quad 1.3.5)$$

A partir de esta última ecuación podemos deducir algunas características importantes del flujo térmicamente desarrollado. Como por ejemplo, que si la diferencia de temperaturas adimensionalizadas no depende de z , la derivada de esa diferencia respecto de r evaluada en la superficie de la tubería también tiene que ser independiente de z . Véase que T_s y T_m son constantes en cuanto a la derivación respecto de r se refiere. Así obtenemos:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{T_s - T}{T_s - T_m} \right) \Big|_{r=R} = \frac{-\partial T/\partial r|_{r=R}}{T_s - T_m} \neq f(z) \quad 1.3.6)$$

Sustituyendo $\partial T/\partial r$ en la ecuación anterior por la ley de Fourier, que tiene la forma:

$$q = k \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R} \quad 1.3.7)$$

Y sustituyendo posteriormente q de la ecuación 1.3.3), obtenemos que la ecuación 1.3.6) queda:

$$\frac{h}{k} \neq f(z) \quad 1.3.8)$$

Por lo que, en el flujo desarrollado térmicamente por completo, el coeficiente local de convección es una constante independiente de z .

Además como dijimos al principio del apartado, suponemos que el flujo de calor es uniforme. Sabemos por tanto que q y h son constantes en la región completamente desarrollada, por lo tanto de la ecuación 1.3.3) se deduce que:

$$\frac{dT_s}{dz} = \frac{dT_m}{dz} \quad 1.3.9)$$

Expandiendo la ecuación 1.3.5) y despejando dT/dz obtenemos:

$$\frac{dT}{dz} = \frac{dT_s}{dz} - \frac{T_s - T}{T_s - T_m} \frac{dT_s}{dz} + \frac{T_s - T}{T_s - T_m} \frac{dT_m}{dz} \quad 1.3.10)$$

Al sustituir en la ecuación anterior 1.3.9), nos queda que:

$$\frac{dT}{dz} = \frac{dT_m}{dz} \quad 1.3.11)$$

Demostrando que el gradiente de temperatura en z es independiente de la posición radial.

1.3.2. Balance de energía

Partiendo de la ecuación de la energía para un líquido perfecto:

$$\rho c \frac{DT}{Dt} = -p \nabla \cdot \mathbf{u} + \bar{\bar{\tau}} : \nabla \mathbf{u} - \nabla \cdot \mathbf{q} \quad 1.3.12)$$

Desarrollando la derivada sustancial e integrando la ecuación anterior en el volumen de control de la Figura 1.3.1, la ecuación queda:

$$\int_V \rho c \frac{dT}{dt} dV + \int_V \rho c (\mathbf{u} \cdot \nabla T) dV = - \int_V p \nabla \cdot \mathbf{u} dV + \int_V \bar{\bar{\tau}} : \nabla \mathbf{u} dV - \int_V \nabla \cdot \mathbf{q} dV \quad 1.3.13)$$

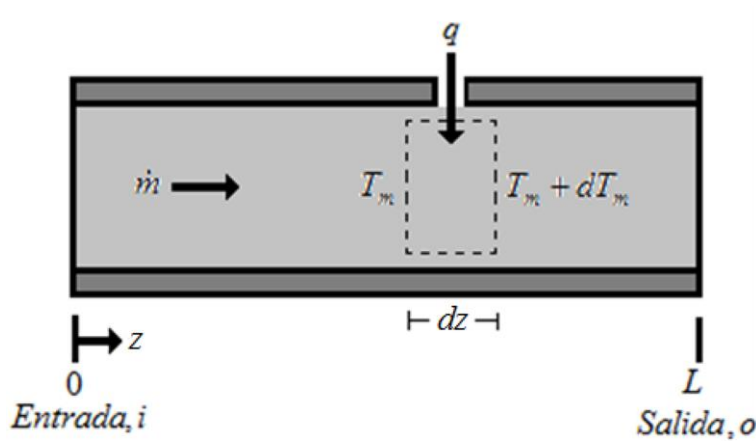


Figura 1.3.1. Volumen de control diferencial.

Para simplificar esta ecuación tenemos en cuenta varios factores. En primer lugar que el flujo es estadísticamente estacionario. Además, el término $\bar{\bar{\tau}} : \nabla \mathbf{u}$ es despreciable frente a $\rho c (\mathbf{u} \cdot \nabla T)$ y $\nabla \cdot \mathbf{q}$ cuando el número de Re_m es alto. Finalmente, aplicando el teorema de Gauss al término convectivo y a la conducción de calor:

$$\int_V \nabla \cdot \mathbf{q} dV = \int_{\Omega} \mathbf{q} \cdot \bar{\mathbf{n}} dS \quad 1.3.14)$$

$$\int_V \rho c (\mathbf{u} \cdot \nabla T) dV = \int_V \rho c \nabla \cdot (\mathbf{u} T) dV = \int_{\Omega} \rho c (\mathbf{u} T) \cdot \bar{\mathbf{n}} dS, \quad 1.3.15)$$

De esta forma la ecuación 1.3.13) queda:

$$\int_{\Omega} \rho c (\mathbf{u} T) \cdot \bar{\mathbf{n}} dS = - \int_{\Omega} q \cdot \bar{\mathbf{n}} dS \quad 1.3.16)$$

Evaluando el término $\rho c (\mathbf{u} T) \cdot \bar{\mathbf{n}} dS$ en la superficie, nos queda únicamente $\rho c [u_m (T_m + dT_m) - u_m T_m] dS$. Además sabemos también que $\dot{m} = \int_{\Omega} \rho u_m dS$. De esta forma la ecuación anterior quedará:

$$\dot{m} c dT_m = -q \pi D dz \quad 1.3.17)$$

El criterio de signos para q es, $q > 0$ cuando el volumen fluido cede energía térmica. Despejando el gradiente de temperatura de la ecuación 1.3.17)

$$\frac{dT_m}{dz} = - \frac{q \pi D}{\dot{m} c} \quad 1.3.18)$$

Es decir, la energía térmica que intercambia por convección el flujo de calor superficial tiene que ser igual al aumento de la energía térmica que experimenta el fluido.

Sustituyendo la ecuación 1.3.3) en la ecuación 1.3.18) obtenemos:

$$\frac{dT_m}{dz} = \frac{\pi D}{\dot{m} c} h (T_s - T_m) \quad 1.3.19)$$

Para nuestro caso al ser q constante, integrando la ecuación 1.3.19) entre $z = 0$ (inicio de la tubería) y z obtenemos:

$$T_m(z) = T_{m,entrada} - \frac{q \pi D}{\dot{m} c} z \quad 1.3.20)$$

Se puede observar que la temperatura media varía de forma lineal con z a lo largo de la tubería.

1.3.3. Correlaciones de convección para flujo turbulento

Partiendo de la ecuación de la energía del flujo medio incompresible en coordenadas cilíndricas y eliminando los términos que son cero, tenemos:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \bar{u}_r \frac{\partial \bar{T}}{\partial r} + \frac{\bar{u}_\theta}{r} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \theta} + \bar{u}_z \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} = \\ = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \alpha \frac{\partial \bar{T}}{\partial r} - r \overline{u'_r T'} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\alpha \frac{\partial \bar{T}}{\partial \theta} - \overline{u'_\theta T'} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\alpha \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} - \overline{u'_z T'} \right) \end{aligned} \quad 1.3.21)$$

Siendo $\alpha = \frac{k}{\rho C_p}$ la difusividad térmica.

Simplificándola con las hipótesis propuestas y las conclusiones obtenidas en el equilibrio de las fuerzas medias del apartado 1.2. La ecuación anterior queda:

$$\bar{u}_z \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \alpha \frac{\partial \bar{T}}{\partial r} - r \overline{u'_r T'} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\alpha \frac{\partial \bar{T}}{\partial \theta} - \overline{u'_\theta T'} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\alpha \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} - \overline{u'_z T'} \right) \quad 1.3.22)$$

A la vista de esta ecuación, se puede observar que el análisis de la transferencia de convección interna en la tubería es mucho más complejo en el caso turbulento. Por esta razón se utilizan correlaciones obtenidas de forma experimental o mediante DNS.

Una de las primeras expresiones utilizadas para calcular el número de Nusselt medio para un flujo turbulento completamente desarrollado (hidrodinámica y térmicamente) es la ecuación de **Colburn**, que dice:

$$Nu_D = 0.023 Re_m^{4/5} Pr^{1/3} \quad 1.3.23)$$

Posteriormente **Ditus-Boelter** modificó ligeramente la ecuación anterior haciendo distinción entre el calentamiento y el enfriamiento, la ecuación quedo:

$$Nu_D = 0.023 Re_m^{4/5} Pr^n \quad 1.3.24)$$

Dónde $n = 0.4$ para calentamiento ($T_s > T_m$) y $n = 0.3$ para enfriamiento ($T_s < T_m$). Estas ecuaciones se han confirmado para las condiciones:

$$0.7 \leq Pr \leq 160, \quad Re_m \geq 10000, \quad L/D \geq 10$$

Además sólo se deben usar para diferencias de temperaturas ($T_s - T_m$) moderadas, con todas las propiedades evaluadas en T_m . Para flujos con variaciones de propiedades mayores es recomendable utilizar la ecuación de **Sieder y Tate**:

$$Nu_D = 0.027 Re_m^{4/5} Pr^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_s} \right)^{0.14} \quad 1.3.25)$$

Siendo μ_s la viscosidad evaluada a la temperatura de la pared y evaluando el resto de propiedades en T_m . Se sabe que la ecuación funciona para las siguientes condiciones:

$$0.7 \leq \text{Pr} \leq 16700, \quad \text{Re}_m \geq 10000, \quad L/D \geq 10$$

Aunque estas ecuaciones anteriores se aplican fácilmente, se pueden obtener resultados con un error del 25%. Estos errores se pueden reducir a menos del 10% mediante el uso de correlaciones más recientes y más complejas. Una de las correlaciones que se usa con frecuencia es la de **Petukhov**.

$$Nu_D = \frac{(f/8)\text{Re}_m \text{Pr}}{1.07 + 12.7(f/8)^{1/2}(\text{Pr}^{2/3} - 1)} \quad 1.3.26)$$

Donde el factor de fricción f se puede obtener del diagrama de Moody. Esta correlación es válida para $0.5 < \text{Pr} < 2000$ y $10^4 < \text{Re}_m < 5 \times 10^6$. Para obtener concordancia con los datos para números de Reynolds pequeños, **Gncliniski** modificó la correlación y propuso una expresión de la forma:

$$Nu_D = \frac{(f/8)(\text{Re}_m - 1000)\text{Pr}}{1 + 12.7(f/8)^{1/2}(\text{Pr}^{2/3} - 1)} \quad 1.3.27)$$

Esta correlación es válida para tuberías lisas, $0.5 < \text{Pr} < 2000$ y $3000 < \text{Re}_m < 5 \times 10^6$.

Estas dos últimas correlaciones se aplican para flujo de calor y temperatura en la superficie uniformes y las propiedades se deben evaluar en T_m .

Por último mencionar una correlación que encaja perfectamente con uno de los casos que hemos estudiado (flujo turbulento completamente desarrollado en una tubería circular lisa con flujo de calor uniforme). La correlación fue desarrollada por **Skupinski et al.** y tiene la siguiente forma:

$$Nu_D = 4.82 + 0.0185Pe_m^{0.827} \quad 1.3.28)$$

Siendo $Pe_m = \text{Re}_m \text{Pr}$

Las condiciones para que esta correlación se cumpla son:

$$3.6 \times 10^3 < \text{Re}_m < 9.05 \times 10^6, \quad 10^2 < Pe_m < 10^4$$

1.4. Estado del arte

Una revisión muy completa sobre el estudio de flujos cerca de la pared se puede encontrar en la Introducción de El Khoury et al. [2], que enumera las publicaciones más importantes que han estudiado flujos turbulentos cerca de la pared mediante DNS en los tres casos canónicos (pared plana, canal y tubería). Este proyecto se centra en la transferencia de calor en una de estas geometrías, la tubería.

La transferencia de calor en un flujo turbulento dentro de una tubería fue estudiada mediante DNS por primera vez por Piller [7] en 2005. Realizó el estudio para investigar las diferencias entre la transferencia de calor turbulenta en una tubería y en un canal, y la influencia que tenían las condiciones de contorno. Para ello impuso tres condiciones de contorno: temperatura uniforme en la pared, flujo de calor uniforme espacial y temporalmente y una condición mixta con flujo de calor uniforme espacialmente y temperatura instantánea en la pared constante temporalmente. Como resultado obtuvo que las fluctuaciones de temperatura son ligeramente más intensas en la tubería que en el canal. Además de que se obtienen diferencias relevantes tanto cerca de la pared como en el centro de la tubería para las diferentes condiciones de contorno. Esto último confirmaba lo revelado por Seki et al. [10] en 2003 en su estudio de la transferencia de calor turbulenta en un canal. Posteriormente Redjem-Saad et al. [8] en 2007 estudió el problema de transferencia de calor turbulenta en una tubería con flujo de calor uniforme. El estudio lo realizó con $Re_m = 5000$ y con diferentes números de Prandtl (0.2, 0.4, 0.71 y 1) para ver el efecto que tenía sobre las estadísticas de la temperatura. Más adelante, en 2011 Saha et al. [9] realizó el mismo problema que Redjem-Saad et al. [8] pero variando el número de Prandtl desde 0.025 – 2.0. Con el fin de examinar el efecto de la longitud de la tubería en la convergencia de las estadísticas de la turbulencia térmica. Recientemente en 2013 Ould-Rouiss et al. [6] ha estudiado la transferencia de calor turbulenta en una tubería con flujo de calor uniforme variando el número de Reynolds (5500, 10000 y 20000) y el número de Prandtl (0.71, 3.5 y 7). Con el objetivo de observar los efectos que se producen en diferentes estadísticas.

En este proyecto además de estudiar la transferencia de calor en un flujo turbulento dentro de una tubería para el caso en el que el flujo de calor es uniforme. Vamos a estudiar dos casos en los que el flujo varía respecto de la coordenada azimutal. De esta manera obtendremos una aproximación a la transferencia de calor que ocurre en las tuberías de una central termosolar de torre.

2. DNS y NEK5000

2.1. DNS

2.1.1. Definición y características

La Simulación numérica directa (en inglés Direct Numerical Simulation) consiste en resolver las ecuaciones de Navier-Stokes. Imponiendo la condición inicial y las condiciones de contorno apropiadas para resolver el flujo que se desea estudiar. Cada simulación produce una única solución del flujo para cada punto del dominio computacional utilizado.

El DNS es conceptualmente sencillo y en los casos en los que se puede aplicar, es el tipo de simulación que proporciona mayor precisión y mayor nivel de descripción del flujo. Sin embargo, es importante apreciar que el coste computacional es extremadamente alto. Hasta los años 70, cuando los ordenadores comenzaron a tener una potencia de cálculo suficientemente alta, ha sido inviable solucionar un problema turbulento mediante DNS. Como ejemplos de su evolución en estos años, podemos citar el primer DNS que se hizo de un canal turbulento. Esta simulación fue realizada por Kim et al. [4] en 1987, con un número de Reynolds $Re_m = 3300$ y una malla computacional con $192 \times 129 \times 160$ puntos en las direcciones x , y y z respectivamente. Es decir, aproximadamente unos 4×10^6 puntos de mallado. Hasta la fecha, el DNS de una tubería turbulenta con mayor número de Reynolds ha sido el realizado por Boersma [1] en 2011, con un Reynolds $Re_m = 60800$. La malla computacional estaba formada por $430 \times 512 \times 1024$ puntos en la dirección radial, azimutal y axial. Aproximadamente 2.25×10^8 puntos de mallado.

Como se puede ver en las cifras del párrafo anterior, los requisitos de potencia de computación que tiene que tener un equipo para resolver un DNS aumentan rápidamente a medida que aumenta el número de Reynolds. En una simulación es necesario tener un dominio lo suficientemente grande para contener a los torbellinos de mayor tamaño de la cascada de Kolmogorov, de escala $L_x \sim L$. Además, el espaciado entre puntos tiene que ser lo suficientemente pequeño para detectar los torbellinos más pequeños, de escala $\Delta x \sim \eta$, donde η es la escala de Kolmogorov. La relación entre estas escalas es $\frac{L}{\eta} = Re^{3/4}$, este

Reynolds está basado en las escalas de las fluctuaciones. Por lo tanto, se necesitan $N_{1D} = Re^{3/4}$ puntos en una simulación unidimensional. En el caso de un problema tridimensional se necesitarán $N_{3D} = (N_{1D})^3 = Re^{9/4}$. Por esta razón a números de Re_m del orden de 10^8 , que es el que tendría un avión, un DNS ya no es viable desde un punto de vista computacional.

2.1.2. Ecuaciones que gobiernan el movimiento

Cómo ya hemos mencionado, un DNS consiste en resolver las ecuaciones de Navier-Stokes sin ningún tipo de modelo. A continuación se detalla la formulación de las ecuaciones de Navier-Stokes que utiliza NEK5000, con los términos que hemos usado para resolver nuestro problema.

Continuidad:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad 2.1.1)$$

Cantidad de movimiento:

$$\rho(\partial_t \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot [\mu(\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T)] + \rho \mathbf{f}_v \quad 2.1.2)$$

Energía:

$$\rho c_p (\partial_t T + (\mathbf{u} \cdot \nabla) T) = \nabla \cdot (k \nabla T) + Q_{vol} \quad 2.1.3)$$

Siendo ρ la densidad, μ la viscosidad dinámica, k la conductividad térmica, $\mathbf{u} = (u_x, u_y, u_z)$ la velocidad del fluido, p la presión y T la temperatura.

El término \mathbf{f}_v es una fuerza volumétrica y Q_{vol} la generación de calor volumétrica.

2.2. NEK5000

2.2.1. Descripción breve de NEK5000

Es un DNS de código abierto, publicado bajo la licencia GPL, basado en el método de elementos espectrales. Está siendo desarrollado activamente por la división de Matemáticas e Informática del Argonne National Laboratory. Está programado en Fortran77 y C y emplea el estándar MPI para funcionar de forma paralela en varios procesadores.

2.2.2. Métodos numéricos

La discretización espacial se basa en el método de elementos espectrales (SEM), un método de elementos finitos de alto orden para ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.

En los dominios bidimensionales. La discretización espacial espectral se realiza dividiendo el dominio bidimensional en elementos cuadriláteros, llamados elementos espectrales. Los dominios tridimensionales se dividen en elementos con forma de hexaedro.

En cada elemento el código construye una malla cartesiana local, representada dentro de un tensor de dimensiones $N \times N (\times N)$ (en nuestra malla computacional hemos elegido una precisión de $N = 7$). El código utiliza la colocación de Gauss-Lobatto-Legendre (GLL)¹ para situar los puntos dentro de la malla. Esta distribución, agrupa más puntos en las fronteras de los elementos. En la [Figura 2.2.1](#) se puede apreciar bien la distribución de un elemento.

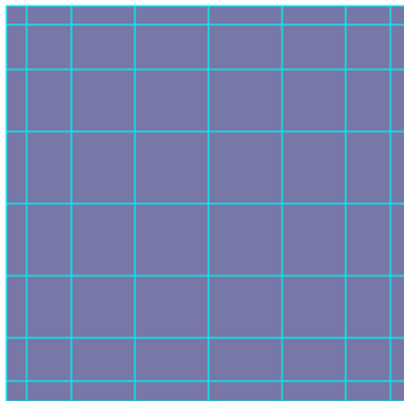


Figura 2.2.1. Elemento básico en 2D de NEK5000.

Dentro de cada elemento, la velocidad, la presión y la temperatura están representadas dentro de un tensor de orden N o $N - 2$ (el usuario puede elegir entre esas dos aproximaciones). El tensor es creado mediante interpolación polinómica de Lagrange.

Las ecuaciones discretas se generan mediante técnicas de residuos ponderados, más específicamente a través de la aproximación de Galerkin².

¹Para más información sobre el método GLL ver páginas 60-62 de Spectral Methods in Fluid Dynamics de C. Canuto et Al.

²Para más información sobre la aproximación de Galerkin ver páginas 76-78 y 329-335 de Spectral Methods in Fluid Dynamics de C. Canuto et Al.

En la discretización temporal, los términos convectivos se tratan de forma explícita. Es decir, sólo se utilizan los datos hallados en intervalos de tiempo anteriores. El procedimiento utilizado para el paso de tiempo se hace mediante un esquema multipasos (Adams-Bashforth) de tercer orden. Por lo que la precisión temporal asociada con esos términos es de $O(\Delta t^3)$, donde Δt es el paso de tiempo. Sin embargo, debido a utilizar un tratamiento explícito es necesario imponer una restricción al paso de tiempo, Δt . Para obtener estabilidad es necesario que se cumpla:

$$\Delta t < C \min \left\{ \frac{\Delta x}{|u_x|}, \frac{\Delta y}{|u_y|}, \frac{\Delta z}{|u_z|} \right\} \quad 2.2.1)$$

Siendo C el número de Courant, Δx , Δy , Δz las distancias entre los puntos de la malla situados en cada elemento y u_x , u_y , u_z las velocidades de x , y , z respectivamente. El número de Courant se puede modificar por el usuario en el código.

Los funciones volumétricas utilizadas para forzar el flujo (f_v y Q_{vol}) también utilizan un procedimiento explícito basado en el esquema multipasos de Adams-Bashforth para la discretización del tiempo. En estos términos no se aplica la restricción de estabilidad.

Para discretizar temporalmente los términos de difusión se tratan implícitamente utilizando un esquema multipasos de diferenciación hacia atrás de orden *Quinto*. El usuario puede especificar en el código el orden temporal ($Q = 1, 2, 3$), siendo la precisión temporal $O(\Delta t^Q)$. No hay que imponer ninguna restricción para obtener estabilidad debido a que estos términos se tratan implícitamente.

Más información sobre el funcionamiento del código. Así como un foro entre todos los usuarios de NEK5000 muy útil para solucionar problemas, se pueden encontrar en su página web [3].

3. Primeras simulaciones con NEK5000

3.1. Canal bidimensional laminar

Para empezar a comprender el funcionamiento de NEK5000 y más específicamente para aprender cómo imponer en el código que el flujo fuera forzado. Decidimos realizar un problema lo más sencillo posible que tuviese esta particularidad.

La malla computacional utilizada para simular este problema en NEK5000, que podemos observar en la **Figura 3.1.1**, ha sido una caja cuadrada de lado $b = 2$. Cada lado está compuesto de 10 elementos espectrales distribuidos uniformemente. Es decir, cada elemento espectral mide $b/10 = 0.2$. Las condiciones de contorno impuestas son: condición de no deslizamiento (W) en norte y sur y condición de periodicidad (P) en este y oeste.

P	W 91	W 92	W 93	W 94	W 95	W 96	W 97	W 98	W 99	W 100 P
P	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90 P
P	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80 P
P	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70 P
P	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60 P
P	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50 P
P	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40 P
P	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30 P
P	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20 P
P	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10 P
	W	W	W	W	W	W	W	W	W	W

Figura 3.1.1. Malla para el canal bidimensional.

Los resultados fueron tomados cuando el flujo estaba en régimen estacionario, de modo que las ecuaciones que definen este problema son:

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0 \quad 3.1.1)$$

Y

$$\rho \left(u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} \right) \quad 3.1.2)$$

Sabemos que u_x es independiente de x debido a que $L \gg b$ y también que $u_y \Big|_{y=0}^{y=b} = 0$. Por

lo tanto, de la ecuación de continuidad obtenemos que $u_y = 0$ en todo el canal.

Aplicando las deducciones anteriores, e imponiendo que la pérdida de presión reducida en el canal es una constante (P_L) en la ecuación de cantidad de movimiento axial. Obtenemos que:

$$0 = -P_L + \mu \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} \quad 3.1.3)$$

$$\text{Siendo } P_L = \frac{\partial P}{\partial x}$$

Integrando la ecuación anterior dos veces y sabiendo que la condición de no deslizamiento implica que $u_x \Big|_{y=0}^{y=b} = 0$. Podemos obtener el perfil de velocidad, que queda:

$$u_x = \frac{P_L}{2\mu} y(b-y), \quad \text{con } b=2 \quad 3.1.4)$$

Adimensionalizando las ecuaciones con $u_c = u_x(y=b/2)$, y usando $b/2$ como longitud característica, obtenemos:

$$\tilde{u}_x \frac{\partial \tilde{u}_x}{\partial \tilde{x}} + \tilde{u}_y \frac{\partial \tilde{u}_x}{\partial \tilde{y}} = -\frac{2}{\text{Re}} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 \tilde{u}_x}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \tilde{u}_x}{\partial \tilde{y}^2} \right) \quad 3.1.5)$$

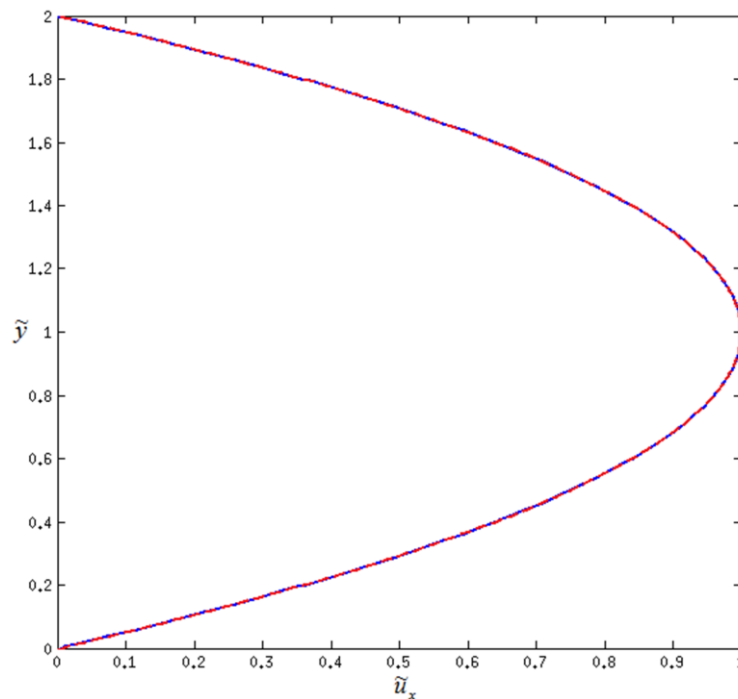


Figura 3.1.2. Comparación del perfil de velocidades en el canal bidimensional. Línea roja a trazos: Solución de la ecuación analítica; Línea azul sólida: Solución obtenida con NEK5000.

Cómo podemos apreciar en la **Figura 3.1.2** el perfil de velocidades obtenido mediante NEK5000 y el que ofrece la ecuación analítica **3.1.4**) coinciden.

3.2. Tubería laminar

El siguiente paso que decidimos dar, fue el de crear la malla computacional tridimensional que necesitábamos para estudiar el flujo en una tubería. Para ello partimos de una malla computacional bidimensional que está creada en uno de los ejemplos proporcionados por NEK5000. La malla contiene 20 elementos como se puede apreciar en la [Figura 3.2.1](#). En los elementos exteriores de la malla computacional está impuesta la condición de no deslizamiento (W).

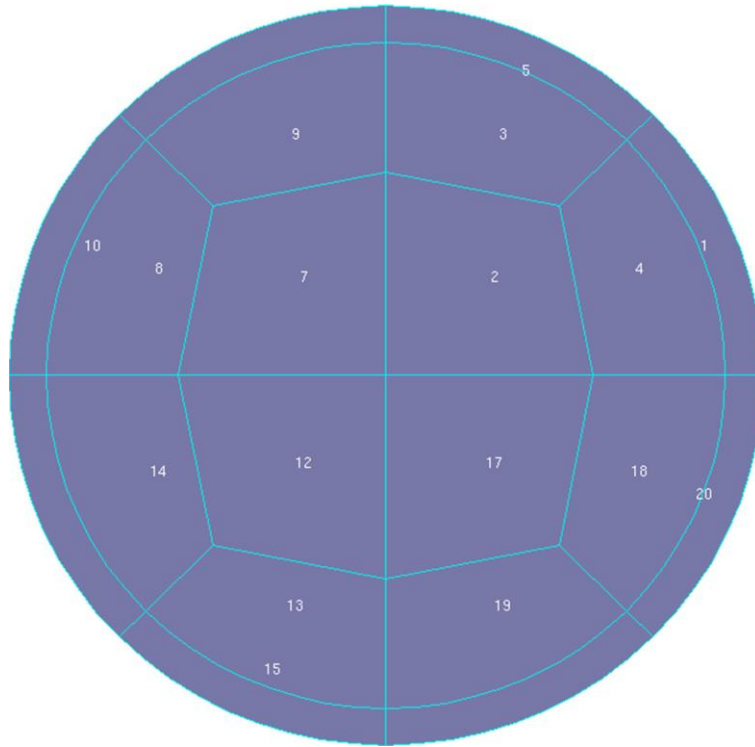


Figura 3.2.1. Malla inicial de la tubería.

Mediante PRENEK (una herramienta que proporciona NEK5000 para generar mallas) refinamos la malla computacional de la [Figura 3.2.1](#) para obtener una mejor resolución. Para ello dividimos los 4 elementos centrales y los 8 elementos intermedios en 4 elementos cada uno y los 8 elementos exteriores en 2 elementos cada uno. Obteniendo así una malla computacional de 64 elementos compuesta por 36×36 puntos a lo largo x e y respectivamente. La peor resolución se encuentra en los elementos centrales con un tamaño de $\Delta x_{e,\max} = \Delta y_{e,\max} = 0.275R$ y la mejor resolución en los elementos exteriores con un tamaño de $\Delta x_{e,\min} = \Delta y_{e,\min} = 0.1R$.

A continuación se puede ver la malla computacional refinada. En la [Figura 3.2.2](#) podemos apreciar los 64 elementos y en la [Figura 3.2.3](#) podemos ver también la división de cada elemento en los puntos que componen el mallado.

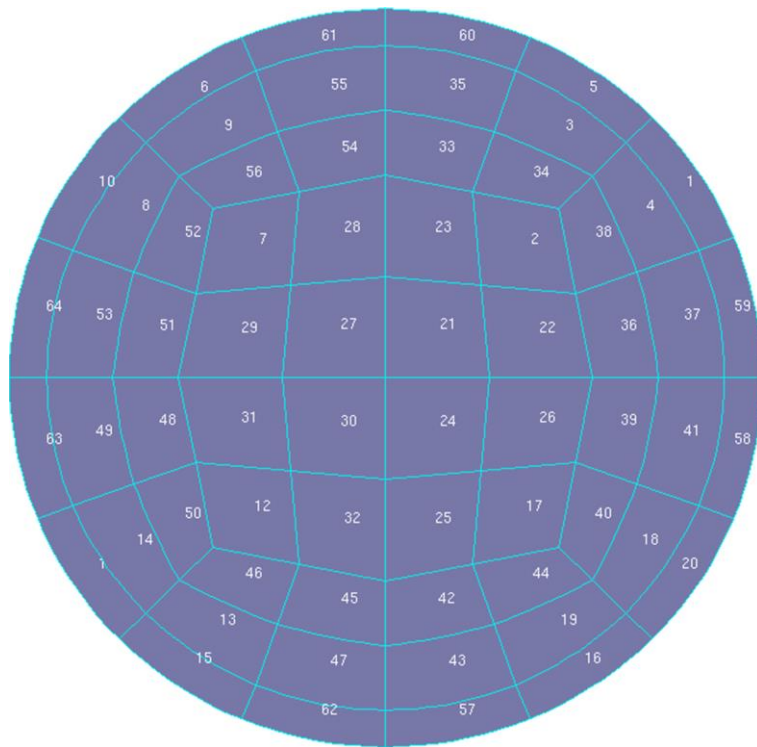


Figura 3.2.2. Malla refinada de la tubería.

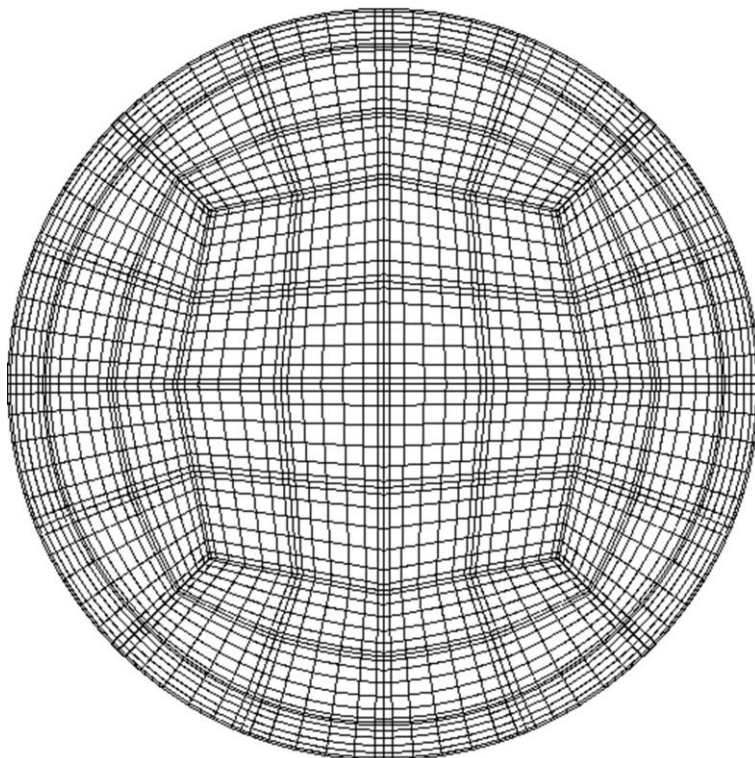


Figura 3.2.3. Vista de la malla refinada de la tubería con los puntos dentro de los elementos.

Por último, para obtener la malla computacional en tres dimensiones, extruimos la malla computacional de la [Figura 3.2.2](#) mediante otra herramienta que ofrece NEK5000 (n2to3). Esta herramienta nos permite elegir la longitud L , el número de niveles lv/N y la condición de contorno de la malla computacional en el eje z . Con los dos primeros parámetros podemos

conocer el tamaño de los elementos a lo largo de z cómo $\Delta z_e = L/lvIN$. En nuestro caso $L = 25R$ y $lvIN = 80$, por lo tanto obtenemos que $\Delta z_e = 25R/80 = 0.3125R$. Este valor que será constante en todos los elementos del eje z . Para la condición de contorno elegimos al igual que en el apartado 3.1 la condición de periodicidad (P). De esta forma obtenemos la malla que vamos a utilizar para resolver nuestro problema, que contiene 5120 elementos y tiene $36 \times 36 \times 561$ puntos dispuestos en x , y y z respectivamente.

En principio antes de abordar el problema turbulento optamos por hacer una prueba con flujo laminar. Para así poder comprobar de forma más rápida si habíamos creado correctamente la malla computacional.

De forma que, partiendo de la ecuación de cantidad de movimiento axial adimensionalizada. Sabiendo que los resultados fueron tomadas cuando el flujo estaba en régimen estacionario. Realizando las hipótesis que hicimos en el equilibrio de las fuerzas medias del apartado 1.2 e imponiendo que la pérdida de presión reducida en la tubería es de nuevo una constante. Se obtiene:

$$0 = -P_L + \frac{1}{\text{Re}} \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial \tilde{u}_z}{\partial \tilde{r}} \left(\tilde{r} \frac{\partial \tilde{u}_z}{\partial \tilde{r}} \right) \quad 3.2.1)$$

Siendo $P_L = \frac{\partial \tilde{P}}{\partial \tilde{z}}$ y \tilde{u}_z la velocidad en z adimensionalizada. Para el gradiente de presión adimensional P_L usamos el mismo valor del apartado 3.1. Es decir $P_L = -\frac{2}{\text{Re}}$. Sabiendo que $\partial u_z / \partial r|_{r=0} = 0$ y que $u_z|_{r=R} = 0$, obtenemos que el perfil de velocidades queda:

$$\tilde{u}_z = \frac{P_L \text{Re}}{4} (1 - \tilde{r}^2) \quad 3.2.2)$$

Se puede ver en la [Figura 3.2.4](#) que la solución analítica para el perfil de velocidad obtenida en la ecuación [3.2.2](#)) coincide con la solución obtenida en NEK5000.

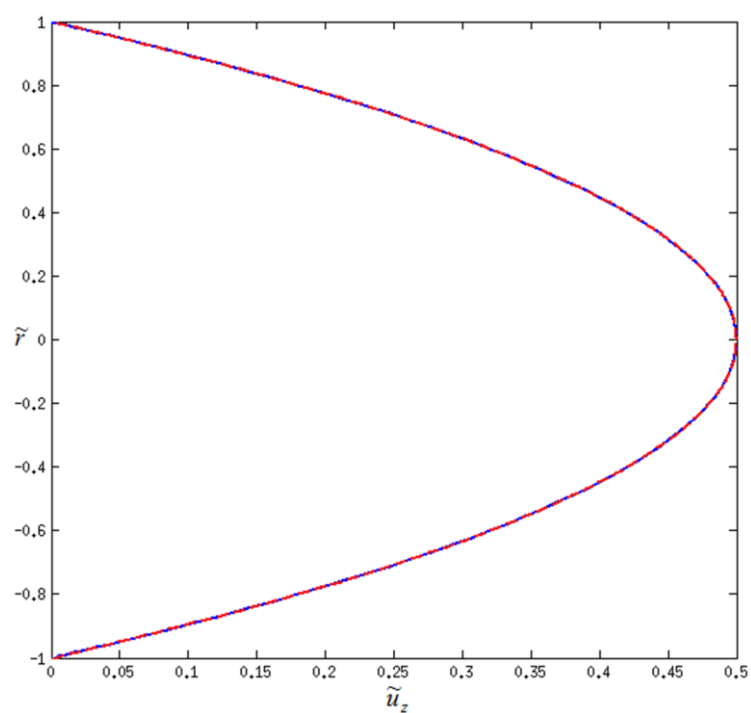


Figura 3.2.4. Comparación del perfil de velocidades en la tubería laminar. Línea roja a trazos: Solución de la ecuación analítica; Línea azul sólida: Solución obtenida con NEK5000.

3.3. Tubería turbulenta

El paso final de estas simulaciones iniciales con NEK5000 consistió en imponer flujo turbulento dentro de la tubería.

Como hemos aclarado en el apartado 1.2 no existe una única ecuación analítica capaz de describir el perfil de velocidades en todas las regiones de la tubería. Como consecuencia, para validar este apartado hemos utilizado las estadísticas obtenidas por Wu y Moin [11].

Para poder comparar los resultados hemos tenido que transformar las estadísticas de coordenadas cartesianas a polares. También tuvimos que crear una malla computacional en coordenadas cilíndricas, que tuviera una resolución parecida a la creada en NEK5000.

En el estudio de Wu y Moin [11], la malla computacional utilizada para resolver el problema con $Re_m = 5300$ tiene $256 \times 512 \times 512$ diferencias finitas a lo largo de r , θ y z , respectivamente. Esta malla discretiza una tubería de longitud $L = 15R$. La resolución a lo largo de la dirección axial es $\Delta z^+ = 5.31$. A lo largo de la dirección azimutal, la peor resolución se encuentra en $r = R$ y es $\Delta \theta^+ = 2.22$.

Es fácil ver en la [Figura 3.3.1](#), que la resolución de la malla computacional que hemos utilizado es más gruesa que la utilizada en la simulación de Wu y Moin [11]. Debido a ello, en la región cerca de la pared se puede apreciar que el primer punto de nuestro mallado se encuentra en $y^+ = 1$. Mientras que su primer punto está aproximadamente en $y^+ = 0.08$. También se puede ver con claridad que en el intervalo de y^+ que va desde $y^+ \sim 10$ hasta $y^+ \sim 180$ los valores de $\overline{u_z}/u_\tau$ difieren entre las dos simulaciones. Ocurriendo la mayor diferencia en el centro de la tubería, donde el error relativo de nuestra solución respecto a la de Wu y Moin [11] es de:

$$e_{rel} = \left| \frac{\overline{u_z}/u_\tau \text{ Nuestro} - \overline{u_z}/u_\tau \text{ X.Wu\&P.Moin}}{\overline{u_z}/u_\tau \text{ X.Wu\&P.Moin}} \right| = \left| \frac{18.835 - 19.225}{19.225} \right| = 0.0203 \quad 3.3.1)$$

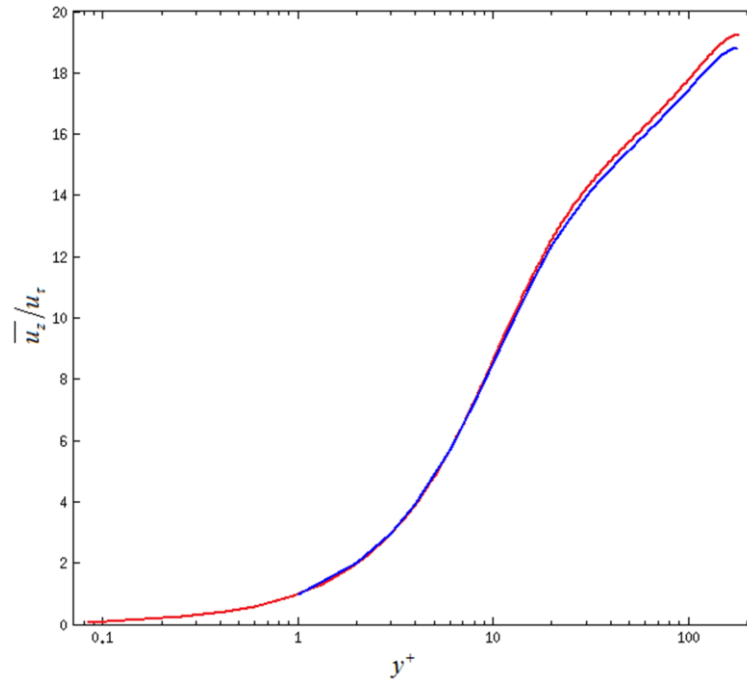


Figura 3.3.1. Velocidad media axial $\overline{u_z}/u_\tau$ en función de y^+ . Línea roja: Wu y Moin [11]; Línea azul: Solución obtenida con NEK5000.

En la [Figura 3.3.2](#) podemos observar que las soluciones obtenidas para la velocidad rms axial son muy similares. La mayor discrepancia se encuentra en el pico donde el valor de $u_{z,rms}/u_\tau$ es máximo, situado en $y^+ \sim 14$. Siendo el error relativo $e_{rel} = 0.0244$.

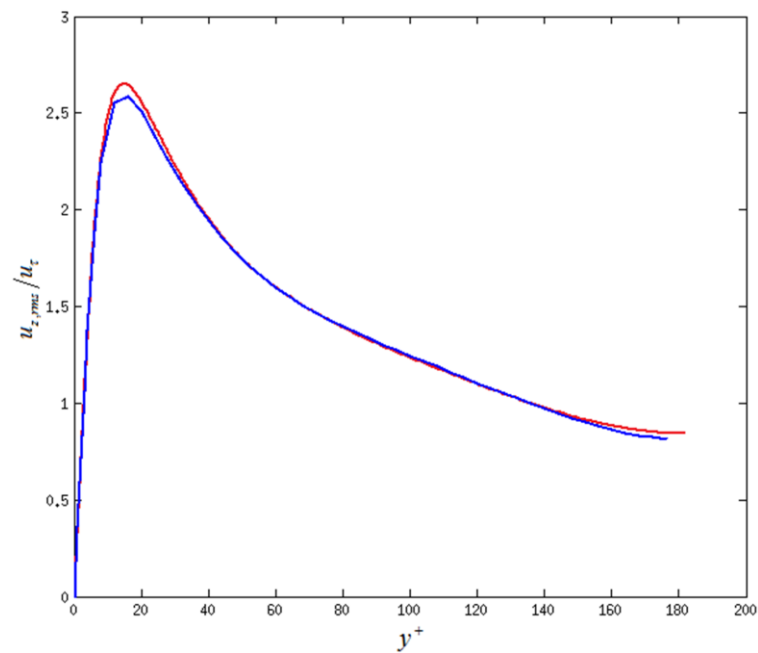


Figura 3.3.2. Velocidad rms axial $u_{z,rms}/u_\tau$ en función de y^+ . Línea roja: Wu y Moin [11]; Línea azul: Solución obtenida con NEK5000.

En la **Figura 3.3.3** y la **Figura 3.3.4** se representan $u_{r,rms}/u_\tau$ y $u_{\theta,rms}/u_\tau$ en función de y^+ respectivamente. En ambas gráficas ocurren exactamente los dos mismos sucesos. Los valores difieren un poco entre $y^+ = 1$ y el punto dónde alcanzan el máximo valor de velocidad, que se encuentra en $y^+ \sim 56$ para $u_{r,rms}/u_\tau$ y en $y^+ \sim 38$ para $u_{\theta,rms}/u_\tau$. A partir de ese punto se ajustan muy bien hasta llegar a $y^+ \sim 180$ dónde cada simulación predice un comportamiento distinto de estas velocidades en el centro de la tubería.

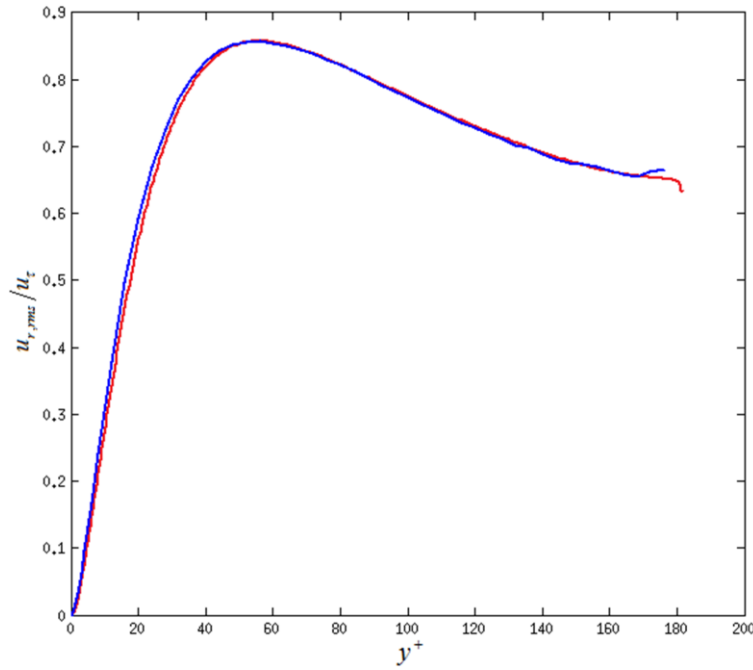


Figura 3.3.3. Velocidad rms radial $u_{r,rms}/u_\tau$ en función de y^+ . Línea roja: Wu y Moin [11]; Línea azul: Solución obtenida con NEK5000.

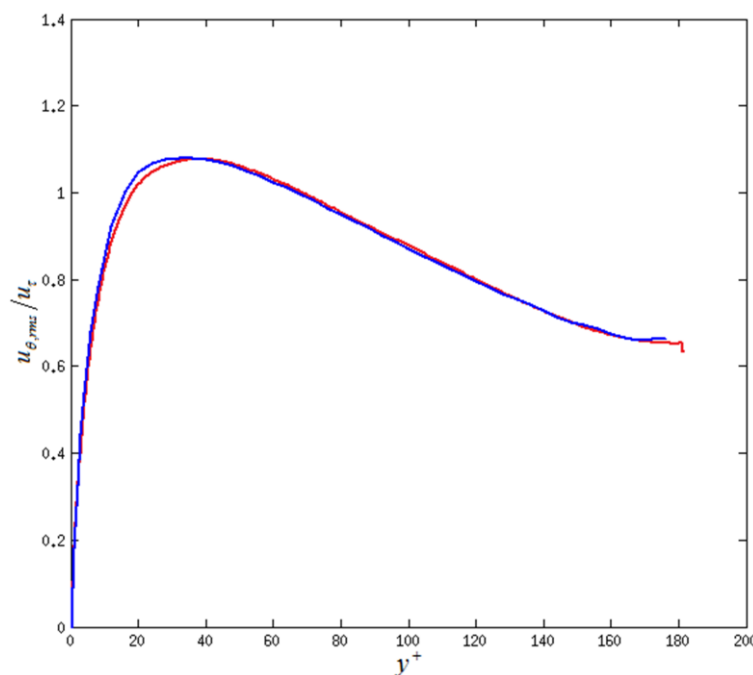


Figura 3.3.4. Velocidad rms azimuthal $u_{\theta,rms}/u_\tau$ en función de y^+ . Línea roja: Wu y Moin [11]; Línea azul: Solución obtenida con NEK5000.

En la **Figura 3.3.5** presentamos la comparación entre los resultados obtenidos para los esfuerzos turbulentos adimensionalizados con u_τ ($\overline{u'_r u'_z} / u_\tau^2$). Al contrario que pasaba con $u_{r,rms} / u_\tau$ y $u_{\theta,rms} / u_\tau$, en este caso la solución se ajusta peor a la de Wu y Moin [11] desde el pico donde los esfuerzos turbulentos son máximos, que se encuentra en $y^+ \sim 32$, hasta el centro de la tubería en $y^+ \sim 180$.

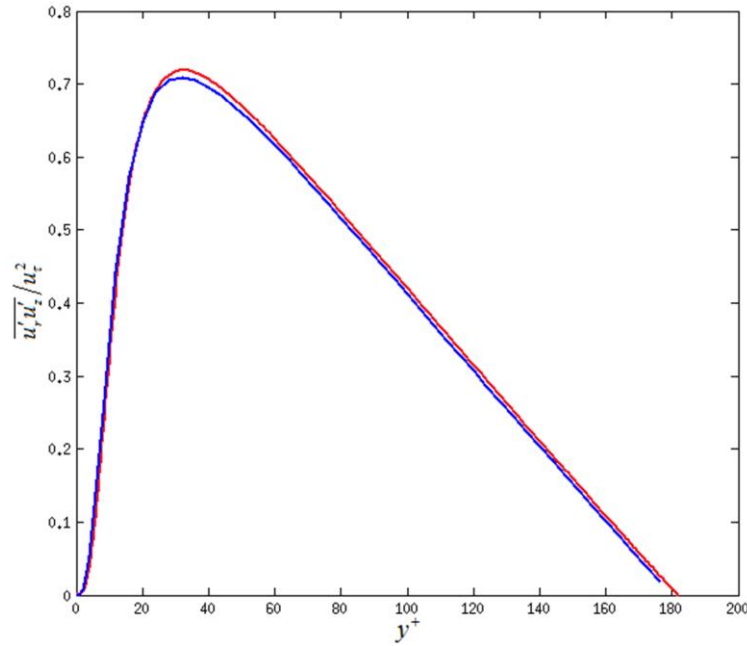


Figura 3.3.5. Esfuerzos turbulentos $\overline{u'_r u'_z} / u_\tau^2$ en función de y^+ . Línea roja: Wu y Moin [11]; Línea azul: Solución obtenida con NEK5000.

También se puede apreciar en las gráficas anteriores que $u_{r,rms} / u_\tau$, $u_{\theta,rms} / u_\tau$ son mayores en nuestra simulación. Mientras que $\overline{u_z} / u_\tau$, $u_{z,rms} / u_\tau$ y $\overline{u'_r u'_z} / u_\tau^2$ son mayores en la solución obtenida por Wu y Moin [11].

Aun con las diferencias que hemos especificado gráfica por gráfica. Podemos decir que los resultados del flujo turbulento entre nuestro DNS y el de Wu y Moin [11] coinciden bien. Especialmente, teniendo en cuenta la diferencia de resolución existente entre las mallas.

4. Resultados de transferencia de calor

4.1. Casos a estudio

Para configurar en el código NEK5000 el tipo de calentamiento que se quiere imponer en la tubería es necesario poner la condición de contorno de la temperatura en la pared correspondiente. En nuestros casos se especifica mediante el gradiente de temperatura $\partial T / \partial r|_{r=R}$, y calculando el valor de la generación de calor volumétrico Q_{vol} para que se equilibre el balance de energía dentro de la tubería. Es decir, suponemos que no se producen pérdidas en la transferencia de calor. Para realizar este cálculo partimos de la ecuación de la energía:

$$\rho c_p (\partial_t T + (u \cdot \nabla) T) = \nabla \cdot (k \nabla T) \quad 4.1.1)$$

Recordando el resultado que obtuvimos en la ecuación 1.3.18). Que decía que si el flujo de calor superficial $q = k \partial T / \partial r|_{r=R}$ era constante, la distribución de temperaturas a lo largo del eje z sigue la ecuación de una recta. Por lo tanto, podríamos reescribir la ecuación 4.1.1) imponiendo que $T = \Theta + \Gamma z$, quedando:

$$\rho c_p (\partial_t \Theta + (u \cdot \nabla) \Theta) + \rho c_p u_z \Gamma = \nabla \cdot (k \nabla \Theta) \quad 4.1.2)$$

En la ecuación anterior el término $\rho c_p u_z \Gamma$ representa la generación de calor volumétrica, de forma que:

$$Q_{vol} = -\rho c_p u_z \Gamma \quad 4.1.3)$$

Adimensionalizando la ecuación 4.1.2) con:

$$\tilde{u} = \frac{u}{u_\tau}; \tilde{r} = \frac{r}{R}; \tilde{t} = \frac{tu_\tau}{R}; \text{Re}_\tau = \frac{\rho u_\tau R}{\nu}; \tilde{\Theta} = \frac{\Theta}{T_c}$$

Obtenemos:

$$\partial_t \tilde{\Theta} + (\tilde{u} \cdot \nabla) \tilde{\Theta} + \tilde{u}_z \frac{\Gamma}{T_c} = (\text{Re}_\tau \text{Pr})^{-1} \nabla \cdot (\nabla \tilde{\Theta}) \quad 4.1.4)$$

Si integramos 4.1.4) en una sección de la tubería Ω , tendremos:

$$\partial_t \int_\Omega \tilde{\Theta} dS + \int_\Omega (\tilde{u} \cdot \nabla) \tilde{\Theta} dS + \frac{\Gamma}{T_c} \int_\Omega \tilde{u}_z dS = (\text{Re}_\tau \text{Pr})^{-1} \int_\Omega \nabla \cdot (\nabla \tilde{\Theta}) dS \quad 4.1.5)$$

Suponiendo que el flujo se encuentra en la zona completamente desarrollada y que es estadísticamente estacionario. Aplicando que $\int_\Omega \nabla \cdot u dS = \int_{\partial\Omega} \nabla \cdot u \cdot \bar{n} ds$, la ecuación 4.1.5) queda:

$$\int_{\partial\Omega} (\tilde{u}\tilde{\Theta}) \cdot \bar{n} ds + \frac{\Gamma}{T_c} \int_{\Omega} \tilde{u}_z dS = (\text{Re}_\tau \text{Pr})^{-1} \int_{\partial\Omega} \nabla \tilde{\Theta} \cdot \bar{n} ds \quad 4.1.6)$$

El primer término de la ecuación anterior es cero ya que $\tilde{u} = 0$ en la pared $(\partial\Omega)$.

Si recordamos la ecuación 1.2.39) que utilizamos para definir la velocidad media y la adimensionalizamos, obtenemos que $\int_{\Omega} \tilde{u}_z dS = \pi \cdot u_m$. Siendo el vector de posición genérico $\bar{n} = \bar{i}_r + \bar{i}_\theta + \bar{i}_z$, sabemos que en el término de la derecha de la igualdad $\bar{n} = \bar{i}_r$, como podemos apreciar en la Figura 4.1.1. Por lo que podemos escribir ese término como

$(\text{Re}_\tau \text{Pr})^{-1} \int_{\partial\Omega} \frac{\partial \tilde{\Theta}}{\partial \tilde{r}} dS$. De esta manera la ecuación 4.1.6) se reduce a:

$$\frac{\Gamma}{T_c} \pi \cdot u_m = (\text{Re}_\tau \text{Pr})^{-1} \int_{\partial\Omega} \frac{\partial \tilde{\Theta}}{\partial \tilde{r}} dS \quad 4.1.7)$$

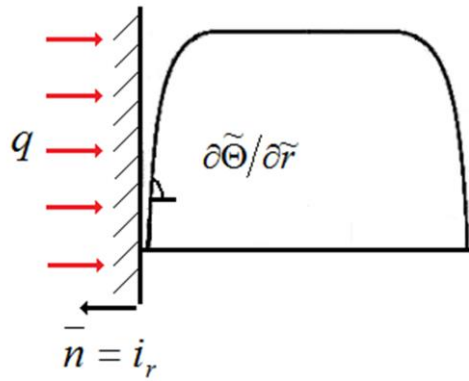


Figura 4.1.1. Dibujo explicativo de por qué $(\text{Re}_\tau \text{Pr})^{-1} \int_{\partial\Omega} \nabla \tilde{\Theta} \cdot \bar{n} dS = (\text{Re}_\tau \text{Pr})^{-1} \int_{\partial\Omega} \frac{\partial \tilde{\Theta}}{\partial \tilde{r}} dS$.

Despejando ahora el término Γ/T_c de la ecuación 4.1.7) tenemos que:

$$\frac{\Gamma}{T_c} = \frac{(\text{Re}_\tau \text{Pr})^{-1} \int_{\partial\Omega} \frac{\partial \tilde{\Theta}}{\partial \tilde{r}} dS}{\pi \cdot u_m} \quad 4.1.8)$$

Esta ecuación relaciona la generación volumétrica de calor con el flujo de calor en la pared, que se impone como una condición de contorno tipo Neumann para la temperatura.

En resumen, los casos que vamos a estudiar se definen por la condición de contorno de la temperatura impuesta en la pared y por la generación de calor volumétrica.

En el Caso 1 el aporte de calor se hace con un flujo de calor uniforme en toda la pared de la tubería, y es necesario introducir un término fuente en la ecuación de la energía para evacuar el calor introducido.

El Caso 2 tiene un flujo de calor sinusoidal. Entra calor por la mitad superior de la tubería y se extrae por la mitad inferior.

El Caso 3 tiene una condición adiabática en la mitad inferior de la tubería que representa la zona donde no incide la radiación solar. En la mitad superior se introduce calor mediante un flujo de calor sinusoidal equivalente al utilizado en el Caso 2, que representa la zona donde incide la radiación solar. En este caso también es necesario introducir un término fuente en la ecuación del calor que evacúe el calor que introducimos.

En todas las simulaciones el número de Reynolds es $Re_\tau = 180$ y el número de Prandtl es $Pr = 0.7$. La malla utilizada también es la misma en todas las simulaciones. Las distancias máximas entre los elementos de las direcciones x e y se encuentran en el centro de la tubería y tienen un valor $\Delta x_{e,máx} = \Delta y_{e,máx} = 0.275R$. En cambio, las distancias mínimas están en la pared de la tubería y su valor es $\Delta x_{e,mín} = \Delta y_{e,mín} = 0.1R$. En la coordenada axial (z) todos los elementos tienen el mismo tamaño $\Delta z_e = 0.3125R$.

En la **Tabla 1** se muestran tres parámetros:

$t_{inicial}$ es el tiempo durante el que hemos corrido el código antes de tomar estadísticas.

$t_{average}$ es el tiempo durante el que se han promediado los resultados de cada simulación.

L_{des} es la longitud que ha recorrido una partícula fluida antes de tomar estadísticas. Para calcularla usaremos la ecuación:

$$L_{des} = t_{inicial} \cdot u_m \quad 4.1.9)$$

	$t_{inicial}$	$t_{average}$	L_{des}
Caso 1	$21.25 R/u_\tau$	$50 R/u_\tau$	$625.69R$
Caso 2	$10 R/u_\tau$	$50 R/u_\tau$	$294.44R$
Caso 3	$25 R/u_\tau$	$50 R/u_\tau$	$736.11R$

Tabla 1

El $t_{inicial}$ del Caso 2 es más corto porque fue la primera simulación, el fluido estaba en reposo y la temperatura inicial era $\tilde{\Theta}_{inicial} = 0$. Las simulaciones de los casos 1 y 3 se realizaron partiendo del Caso 2. Como consecuencia, el flujo estaba desarrollado con su condición de contorno (detallada en la sección 4.1.2). Para que el flujo se desarrollara térmicamente con las condiciones de contorno propias de cada caso, fue necesario correr durante más tiempo el código antes de tomar estadísticas.

Mediante L_{des} podemos comprobar si el flujo estaba desarrollado tanto hidrodinámicamente como térmicamente en los casos resueltos. Para ello, comparamos los valores de L_{des} obtenidos para cada caso con los teóricos. Recordamos que la ecuación 1.2.49) citaba que un

flujo se desarrollaba hidrodinámicamente entre $20R \leq z_{cd,h} \leq 120R$, y en la ecuación 1.3.1) veíamos que el flujo está desarrollado térmicamente a partir de $z_{cd,t} \geq 20R$. Los valores de L_{des} son muy superiores a los valores teóricos. Por lo tanto, podemos decir que los casos que hemos solucionado se encontraban hidrodinámicamente y térmicamente desarrollados

A continuación se explican con más detalle los tres casos de estudio.

4.1.1. Caso 1 (Flujo de calor uniforme)

En la Figura 4.1.2 se muestra un dibujo esquemático de este caso.

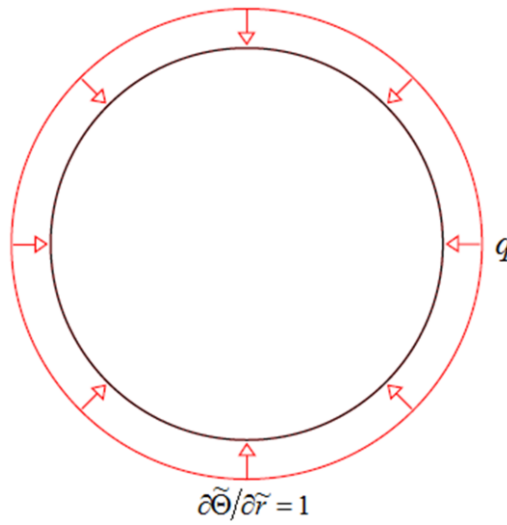


Figura 4.1.2. Dibujo esquemático del Caso 1.

En el Caso 1 la condición de contorno de la temperatura en la pared de la tubería es $\partial\tilde{\Theta}/\partial\tilde{r} = 1$, de esta manera el flujo de calor que entra en el fluido es uniforme. La elección de esta condición de contorno se debe a que necesitábamos validar el código para la transferencia de calor al igual que hicimos con el flujo, y la imposición de esa condición de contorno es fácil de encontrar en otros estudios de DNS.

En este caso si introducimos la condición de contorno $\partial\tilde{\Theta}/\partial\tilde{r} = 1$ en la ecuación 4.1.8) y obtendremos que:

$$\frac{\Gamma}{T_c} = -\frac{2}{\text{Re}_\tau \text{Pr} u_m} \quad 4.1.10)$$

Que es el calor que tiene que transportar el fluido para que el balance de energía en la tubería sea cero.

4.1.2. Caso 2 (Flujo de calor sinusoidal)

En la siguiente **Figura 4.1.3** se puede ver el esquema de este caso.

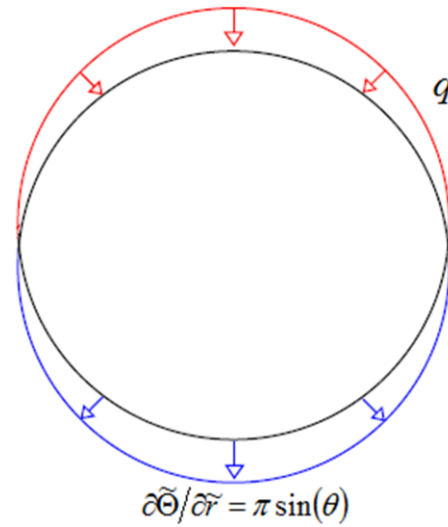


Figura 4.1.3. Dibujo esquemático del Caso 2.

En este caso, la condición de contorno de la temperatura que hemos impuesto es $\left. \frac{\partial \tilde{\Theta}}{\partial \tilde{r}} \right|_{r=R} = \pi \sin(\theta)$. El término $\Gamma/T_c = 0$ debido a que:

$$\int_{\partial\Omega} \left. \frac{\partial \tilde{\Theta}}{\partial \tilde{r}} \right|_{r=R} dS = \pi \int_0^{2\pi} \sin(\theta) d\theta \quad 4.1.11)$$

Siendo $\int_0^{2\pi} \sin(\theta) d\theta = 0$, obtenemos que:

$$\frac{\partial \tilde{\Theta}}{\partial \tilde{r}} = \pi \sin(\theta) \quad 4.1.12)$$

Lo que está ocurriendo en este caso es que en la mitad de la tubería (cuando $\sin(\theta)$ es positivo) estamos introduciendo calor en el fluido y en la otra mitad (cuando $\sin(\theta)$ es negativo) estamos extrayendo esa misma cantidad de calor del fluido. Por lo que el balance de energía se está equilibrando directamente con la condición de contorno impuesta.

En la condición de contorno de la temperatura el seno está multiplicado por π para que el calor introducido al fluido sea el mismo en todos los casos. Para demostrarlo vamos a realizar el cálculo de Γ/T_c en media tubería:

$$\frac{\Gamma}{T_c} = -\frac{1}{\text{Re}_\tau \text{Pr}} \frac{\int_{\partial\Omega} \frac{\partial \tilde{\Theta}}{\partial \tilde{r}} dS}{\pi \cdot u_m} = -\frac{1}{\text{Re}_\tau \text{Pr} u_m} \int_0^\pi \sin(\theta) d\theta = -\frac{2}{\text{Re}_\tau \text{Pr} u_m} \quad 4.1.13)$$

Exactamente el mismo valor que obtuvimos en la sección 4.1.1.

4.1.3. Caso 3 (Calentamiento no homogéneo)

El último caso tiene el esquema que presenta la [Figura 4.1.4](#).

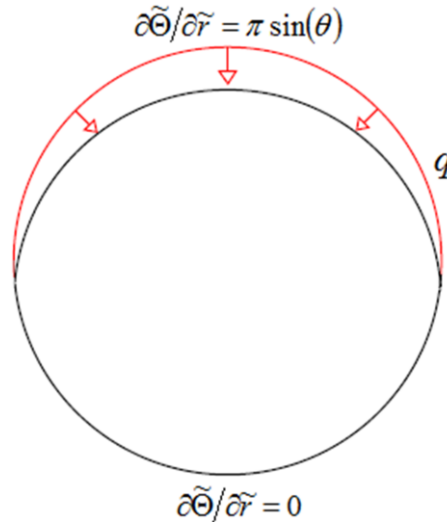


Figura 4.1.4. Dibujo esquemático del Caso 3.

Este estudio de transferencia de calor es el que más se asemeja a lo que ocurre en las tuberías de las centrales termosolares de torre, que reciben el calor en forma de radiación solar únicamente por una mitad del conducto.

Para representarlo matemáticamente, hemos impuesto como condición de contorno de la temperatura en la pared que $\partial\tilde{\Theta}/\partial\tilde{r} = \pi \sin(\theta)$ en la mitad de la tubería (cuando $\sin(\theta)$ es positivo) y que la tubería es adiabática, $\partial\tilde{\Theta}/\partial\tilde{r} = 0$ en la otra mitad. Evidentemente no es cierto que no exista transferencia de calor entre el fluido y el exterior en la mitad por donde no incide la radiación solar, se trata de una aproximación. Como ya dijimos en la sección 1.1 este proyecto es un estudio preliminar, que contiene algunas simplificaciones respecto a la situación en una central termosolar de torre real.

Como especificamos en el apartado 4.1.2, los tres casos tienen una condición de contorno que consigue que el calor introducido al fluido sea el mismo en todos ellos. De manera que sabemos que el calor que transporta el fluido en este caso para que el balance de energía sea cero es:

$$\frac{\Gamma}{T_c} = -\frac{2}{\text{Re}_\tau \text{Pr} u_m} \quad 4.1.14)$$

El cálculo de Γ/T_c es equivalente al realizado en la sección 4.1.2 al explicar cuál era el propósito de multiplicar el $\sin(\theta)$ por π en la condición de contorno de la temperatura.

4.2. Validación del Caso 1

Para comprobar si habíamos establecido correctamente la transferencia de calor en el código. Hemos comparado las estadísticas obtenidas en nuestro estudio con las obtenidas por Piller [7], que resuelve el mismo problema que nosotros cuando impone la condición de contorno que él denomina IWHF. Además utiliza el mismo número de Reynolds y un número de Prandtl prácticamente igual, $Pr = 0.71$ en lugar de $Pr = 0.7$.

La malla computacional utilizada por Piller [7] está compuesta por $111 \times 180 \times 323$ volúmenes finitos a lo largo de las direcciones radial, azimutal y axial respectivamente. El dominio computacional es una tubería de longitud $L = 12.656R$.

Para conseguir la información obtenida por Piller [7] y poder compararla. Hemos tenido que utilizar un programa de extracción de datos a partir de las gráficas del documento, llamado g3data. Como consecuencia tendremos un error añadido al contrastar las estadísticas.

Las temperaturas que se pueden ver en las gráficas están adimensionalizadas con la temperatura de fricción (T^*), que se define como:

$$T^* = \frac{\alpha}{u_\tau} \frac{dT}{dr} \Big|_{r=R} \quad 4.2.1)$$

En la **Figura 4.2.1** se puede ver que el punto más cercano a la pared en las estadísticas de Piller [7] es $y^+ = 0.2$, mientras que nuestro primer punto se encuentra en $y^+ = 1$. Esto nos indica que la resolución de la malla computacional utilizada por Piller [7] en su estudio es mayor que en la nuestra. También se aprecia que el perfil de temperatura media $(\overline{\Theta}_s - \overline{\Theta})/T^*$ coincide muy bien cerca de la pared. A partir de $y^+ \sim 10$ empezamos a obtener valores un poco inferiores a los de Piller [7] hasta llegar a $y^+ \sim 180$. Obteniéndose la máxima diferencia en el centro de la tubería. Exactamente igual que pasaba al comparar la velocidad media axial \overline{u}_z/u_τ . Si calculamos el error relativo como hicimos en **3.3.1**), obtenemos que:

$$e_{rel} = \left| \frac{(\overline{\Theta}_s - \overline{\Theta})/T^*_{Nuestro} - (\overline{\Theta}_s - \overline{\Theta})/T^*_{M.Piller}}{(\overline{\Theta}_s - \overline{\Theta})/T^*_{M.Piller}} \right| = \left| \frac{16.744 - 17.125}{17.125} \right| = 0.0222 \quad 4.2.2)$$

A pesar de esas diferencias mínimas entre los valores de una solución y otra a partir de $y^+ \sim 10$ hasta el centro de la tubería, el ajuste es bastante bueno.

En la **Figura 4.2.2** se muestran las fluctuaciones de la temperatura rms. En ese gráfico podemos observar que los perfiles tienen una forma similar. También vemos que hemos obtenido valores de Θ_{rms}/T^* inferiores a Piller [7] en la subcapa viscosa y la zona de amortiguación. A partir de la subcapa logarítmica ($y^+ > 30$) hasta el centro de la tubería nuestros valores de Θ_{rms}/T^* son más altos que los suyos.

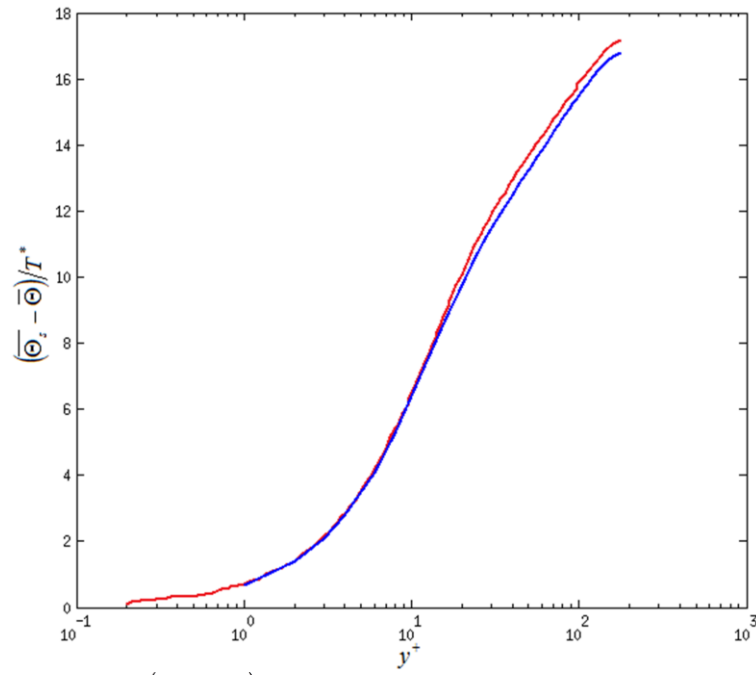


Figura 4.2.1. Temperatura media $(\overline{\Theta_s} - \overline{\Theta})/T^*$ en función de y^+ . Línea roja: Piller [7]; Línea azul: Solución obtenida con NEK5000.

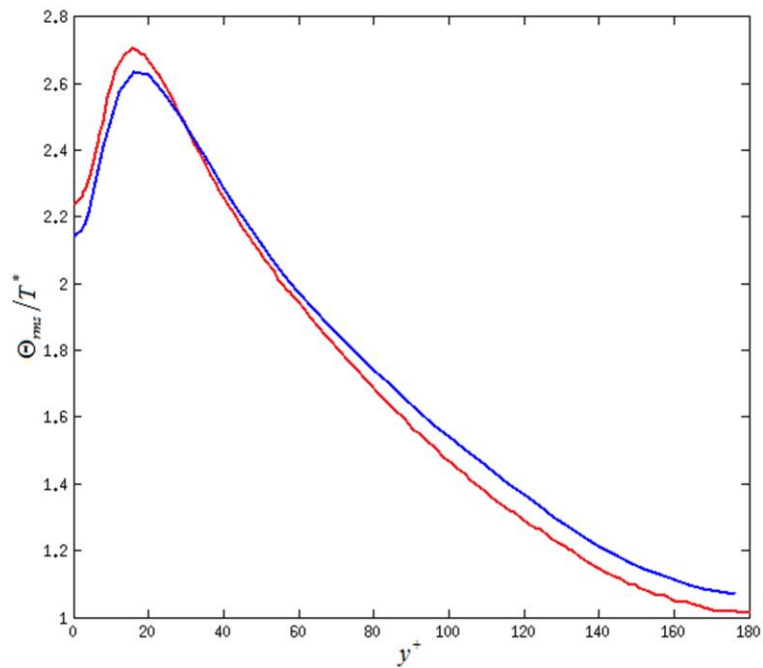


Figura 4.2.2. Temperatura rms Θ_{rms}/T^* en función de y^+ . Línea roja: Piller [7]; Línea azul: Solución obtenida con NEK5000.

El flujo de calor radial turbulento $u'_r \Theta' / u_\tau T^*$ se presenta en la [Figura 4.2.3](#). Se puede apreciar que en el intervalo que va desde $y^+ \sim 30$ hasta $y^+ \sim 180$ los valores de $u'_r \Theta' / u_\tau T^*$ en Piller [7] son ligeramente superiores a los nuestros. Aun así, el ajuste entre ambas soluciones es francamente bueno.

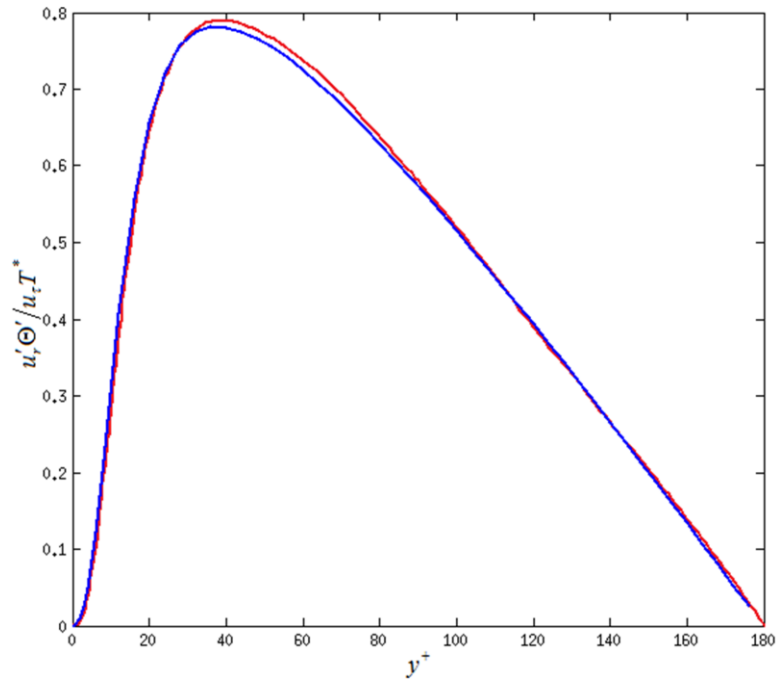


Figura 4.2.3. Flujo de calor radial turbulento $u'_r \Theta' / u_\tau T^*$ en función de y^+ . Línea roja: Piller [7]; Línea azul: Solución obtenida con NEK5000.

Por último, en la [Figura 4.2.4](#) hemos comparado el flujo de calor axial turbulento $u'_z \Theta' / u_\tau T^*$. Se puede ver que el comportamiento es parecido al obtenido en las gráficas de Θ_{rms} / T^* . Donde también obtenemos valores inferiores a Piller [7] en la subcapa viscosa y la zona de amortiguación, en las que los valores no se ajustan demasiado bien. También se observan valores superiores de $u'_z \Theta' / u_\tau T^*$ a los obtenidos por Piller [7] desde $y^+ > 30$ hasta el centro de la tubería con un mejor ajuste.

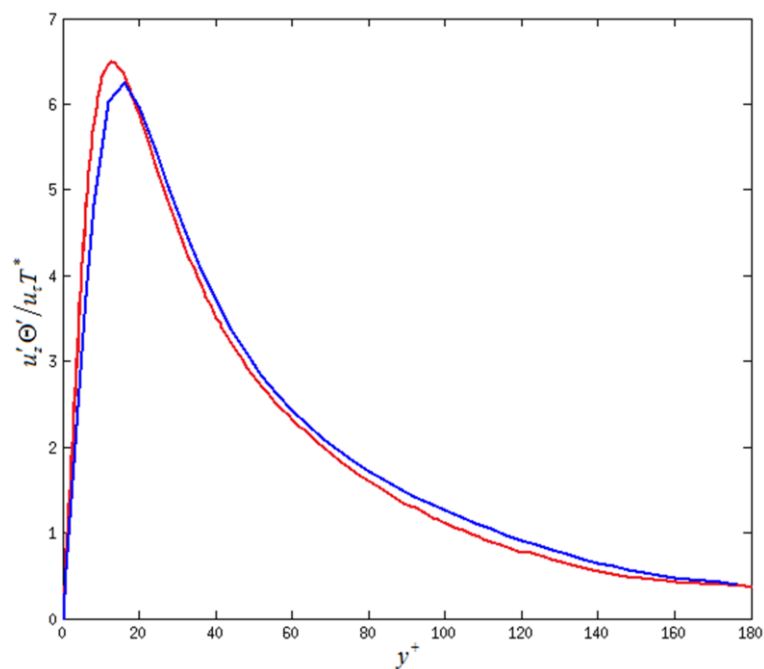


Figura 4.2.4. Flujo de calor axial turbulento $u'_z \Theta' / u_\tau T^*$ en función de y^+ . Línea roja: Piller [7]; Línea azul: Solución obtenida con NEK5000.

Para concretar, teniendo en cuenta que hemos extraído los datos de Piller [7] de forma manual (punto por punto) con un programa de extracción de datos a partir de las gráficas, y que nuestra malla computacional tiene una resolución inferior a la suya. Podemos decir que la comparación entre los resultados obtenidos en el Caso 1 y los obtenidos por Piller [7] en su estudio es satisfactoria.

4.3. Comparación de resultados

4.3.1. Temperatura media ($\bar{\Theta}/T^*$)

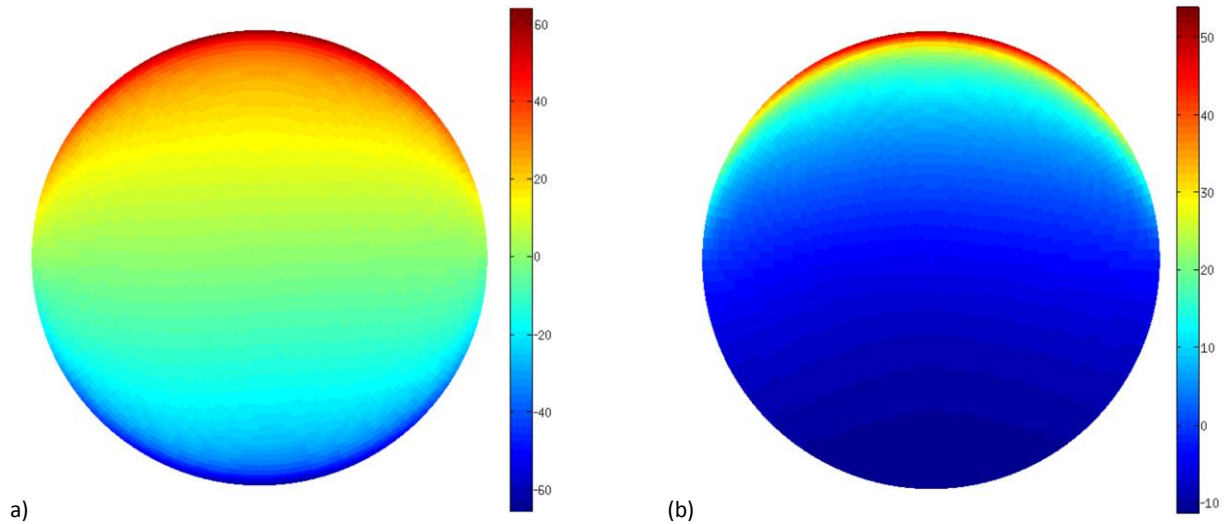


Figura 4.3.1. Temperatura media $\bar{\Theta}/T^*$: (a) Caso 2; (b) Caso 3. Obsérvese el cambio de escala en las gráficas.

En la **Figura 4.3.1** podemos ver que la temperatura media en la tubería coincide con las condiciones expuestas en los dibujos esquemáticos de cada caso. Véase que las escalas de las dos figuras son diferentes. En la **Figura 4.1.3** mostrábamos que en el Caso 2 se introducía calor por la mitad superior de la tubería y se extraía por la mitad inferior. Consecuentemente, en la **Figura 4.3.1 (a)** vemos cómo los valores máximos de la temperatura media se encuentran en la parte superior y los valores mínimos de la temperatura media los observamos en la parte inferior de la tubería. Además se ve perfectamente la simetría que existe en el Caso 2. Para el Caso 3, podemos ver en la **Figura 4.1.4** como se introducía calor en la tubería por la mitad superior y no existía intercambio de calor en su mitad inferior. Si nos fijamos en la **Figura 4.3.1 (b)** se puede ver que en la parte superior de la tubería tenemos los valores máximos de temperatura media algo inferiores a los obtenidos en el Caso 2. Además cerca de la pared en esa mitad superior empezamos a ver el efecto de la condición de contorno adiabática impuesta en la parte inferior.

Para poder ver con más detalle las diferencias de las temperaturas medias entre los casos, en la **Figura 4.3.2** se muestra una comparación entre ellas en varios ángulos. Tomaremos como referencia que $\theta = 0^\circ$ es el punto dónde el calentamiento es máximo y los ángulos son positivos en sentido horario.

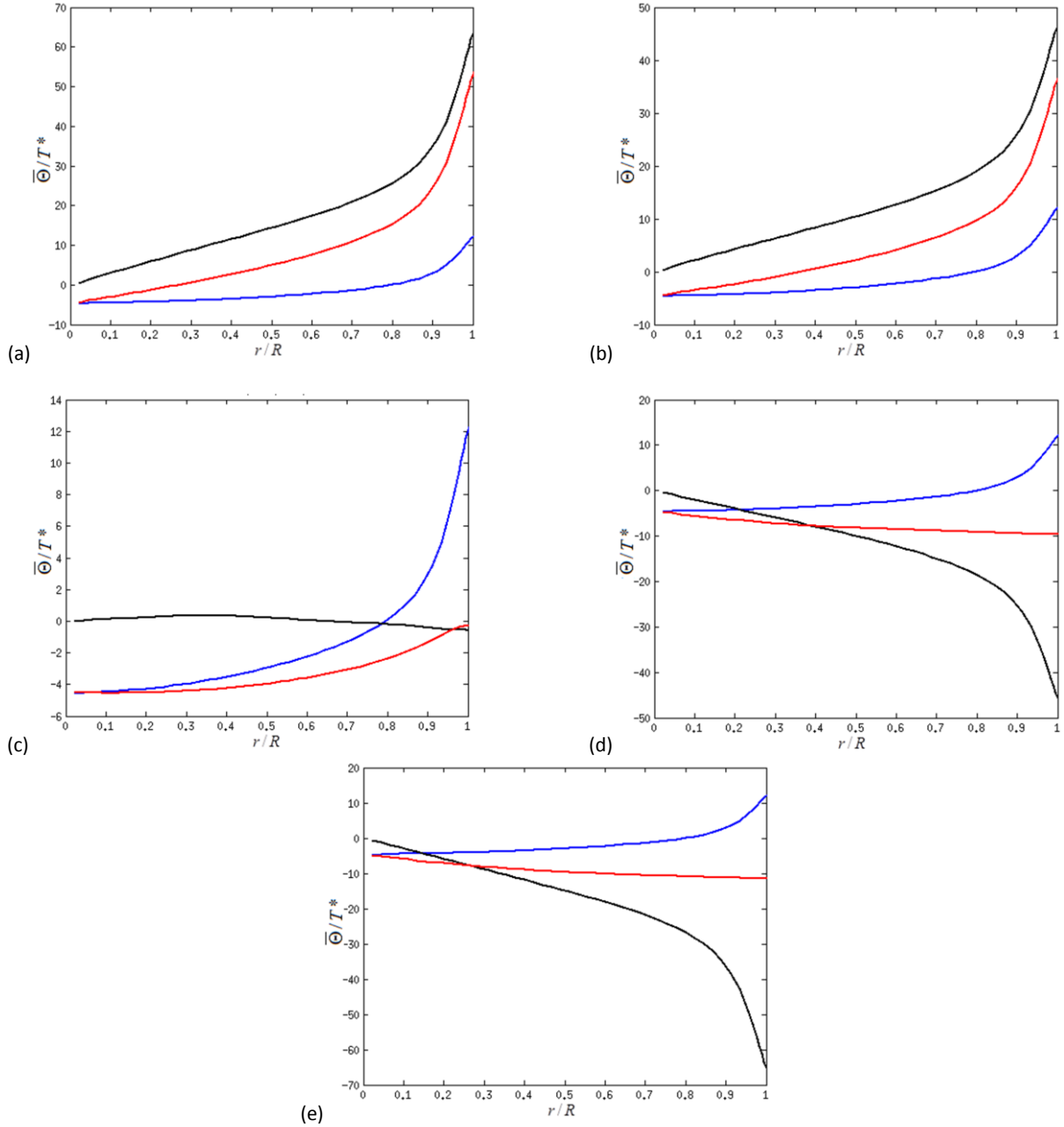


Figura 4.3.2 Temperatura media $\bar{\Theta}/T^*$: (a) $\theta = 0^\circ$; (b) $\theta = 45^\circ$; (c) $\theta = 90^\circ$; (d) $\theta = 135^\circ$; (e) $\theta = 180^\circ$
 Línea azul: Caso 1. Línea negra: Caso 2. Línea roja: Caso 3. Obsérvese el cambio de escala en las gráficas.

En estas gráficas es más fácil apreciar la simetría que existe en la temperatura media del Caso 2 comparando la **Figura 4.3.2 (a)** con la **Figura 4.3.2 (e)** y la **Figura 4.3.2 (b)** con la **Figura 4.3.2 (d)**. Donde obtenemos las mismas curvas con signos opuestos. También la apreciamos viendo que la temperatura media en la **Figura 4.3.2 (c)** es aproximadamente 0. Véase que las escalas de las figuras son diferentes.

La condición de contorno adiabática del Caso 3 se puede observar en la [Figura 4.3.2 \(d\)](#) y en la [Figura 4.3.2 \(e\)](#). Donde la temperatura media prácticamente no varía en todo r/R .

Mirando las gráficas se puede ver que el Caso 1 tiene un calentamiento homogéneo, ya que hemos obtenido la misma solución para la temperatura media en todos los ángulos.

4.3.2. Temperatura rms (Θ_{rms}/T^*)

En la [Figura 4.3.3 \(a\)](#) se puede ver que todavía no está completamente convergida la temperatura rms en el Caso 2, porque debería ser completamente simétrica. Esto se podría solucionar corriendo el código durante más tiempo. Nótese que las escalas de las dos figuras son diferentes.

También es llamativo el pico de temperatura rms que se ve en el centro de la tubería de la [Figura 4.3.3 \(a\)](#).

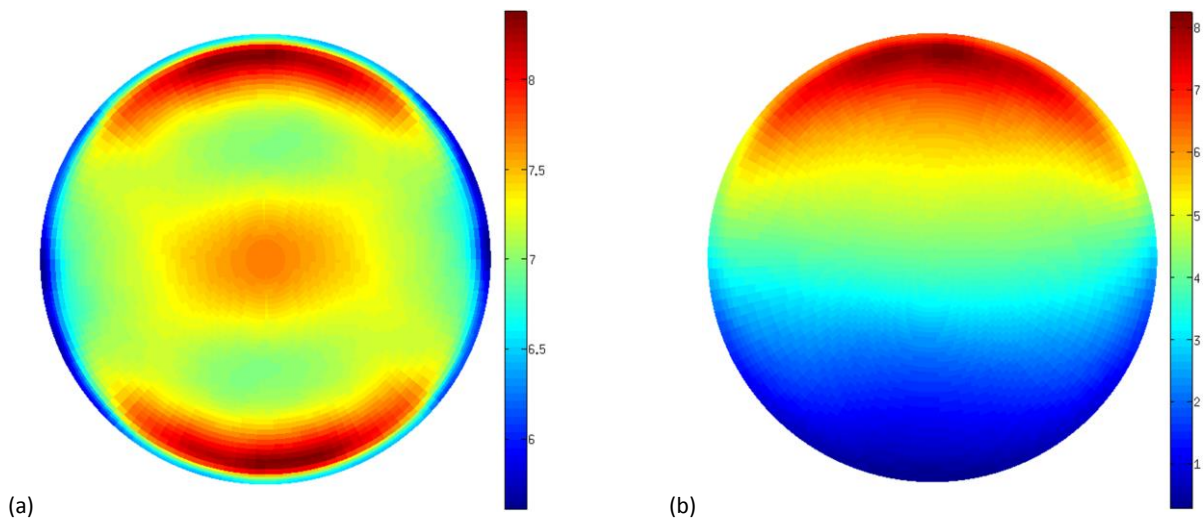


Figura 4.3.3. Temperatura rms Θ_{rms}/T^* : (a) Caso 2; (b) Caso 3. Obsérvese el cambio de escala en las gráficas.

Igual que hicimos en el apartado anterior, en la [Figura 4.3.4](#) mostramos la comparación de la temperatura rms en varios ángulos para apreciar las diferencias entre los tres casos.

En la [Figura 4.3.4 \(a\)](#) está representada la temperatura rms en la zona de calentamiento máximo. En ella podemos ver que muy cerca de la pared donde el Caso 2 y el Caso 3 tienen la misma condición de contorno se ha obtenido exactamente la misma curva de temperatura rms. Al separarnos un poco de la pared las temperaturas rms se diferencian de forma significativa. Es decir, se puede apreciar bien cómo afecta la condición de contorno impuesta en la parte inferior de la tubería y la diferencia existente entre un caso y otro. Véase que la escala de las gráficas cambia.

En las gráficas se puede apreciar que la temperatura rms tiene siempre un pico muy cerca de la pared, aproximadamente en $r = 0.9R$. Este suceso es algo menos pronunciado en el Caso 3

en la [Figura 4.3.4 \(d\)](#) y la [Figura 4.3.4 \(e\)](#), que son las que representan la mitad inferior de la tubería.

Fijándonos en todas las gráficas de la [Figura 4.3.4](#). Observamos que generalmente las fluctuaciones de la temperatura rms varían más en el Caso 3 que en el Caso 2 y que en el Caso 1 varían menos que en los otros dos casos.

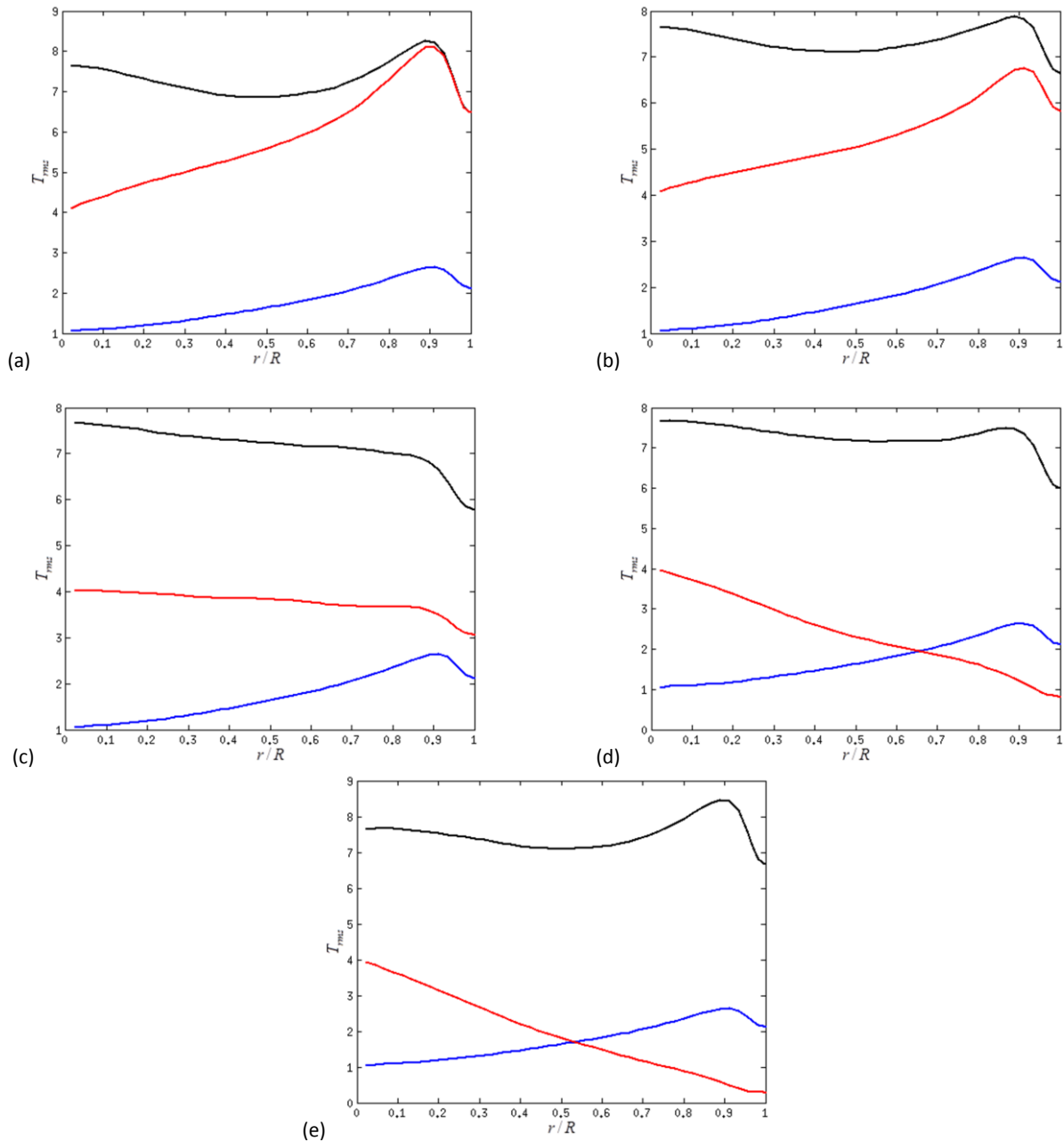


Figura 4.3.4 Temperatura rms Θ_{rms} / T^* : (a) $\theta = 0^\circ$; (b) $\theta = 45^\circ$; (c) $\theta = 90^\circ$; (d) $\theta = 135^\circ$; (e) $\theta = 180^\circ$
Línea azul: Caso 1. Línea negra: Caso 2. Línea roja: Caso 3. Obsérvese el cambio de escala en las gráficas.

También se puede apreciar la simetría en la condición de contorno del Caso 2 al comparar la curva de la [Figura 4.3.4 \(a\)](#) con la [Figura 4.3.4 \(e\)](#). También lo vemos comparando la curva de la

Figura 4.3.4 (b) con la de la Figura 4.3.4 (d). En ambas comparaciones se observa que los valores y las formas de las curvas son muy parecidos.

Las fluctuaciones de la temperatura rms del Caso 1 donde el calentamiento es homogéneo son inferiores en general a las fluctuaciones de ambos casos en los que el calentamiento es no homogéneo. Encontramos excepciones en la Figura 4.3.4 (d), donde cerca de la pared el Caso 3 tiene temperaturas rms inferiores a las del Caso 1 y en la Figura 4.3.4 (e), en la que ocurre lo mismo pero prácticamente a partir de la mitad del radio. En ambos casos nos encontramos en la mitad inferior de la tubería donde el efecto de la condición de contorno adiabática es más significativo.

La solución de la temperatura rms obtenida para el Caso 1 en cada ángulo es exactamente la misma. Lo que nos indica que en ese caso el calentamiento es homogéneo.

4.3.3. Fluctuación de temperatura instantánea ($\Theta - \bar{\Theta}/T^*$)

En las Figuras de este apartado presentamos unas gráficas en las que se pueden observar las fluctuaciones que se producen en el campo de temperaturas debido a la turbulencia. En las figuras, la mitad superior coincide con la zona donde se introduce calor en la tubería en los casos 2 y 3. La Figura 4.3.5 muestra una sección de un corte del plano z constante. La Figura 4.3.6 muestra una sección de un corte del plano x constante. Por último, la Figura 4.3.7 muestra isosuperficies de la fluctuación instantánea de temperatura en la tubería, rojo para las zonas del fluido calientes y azul para las zonas frías.

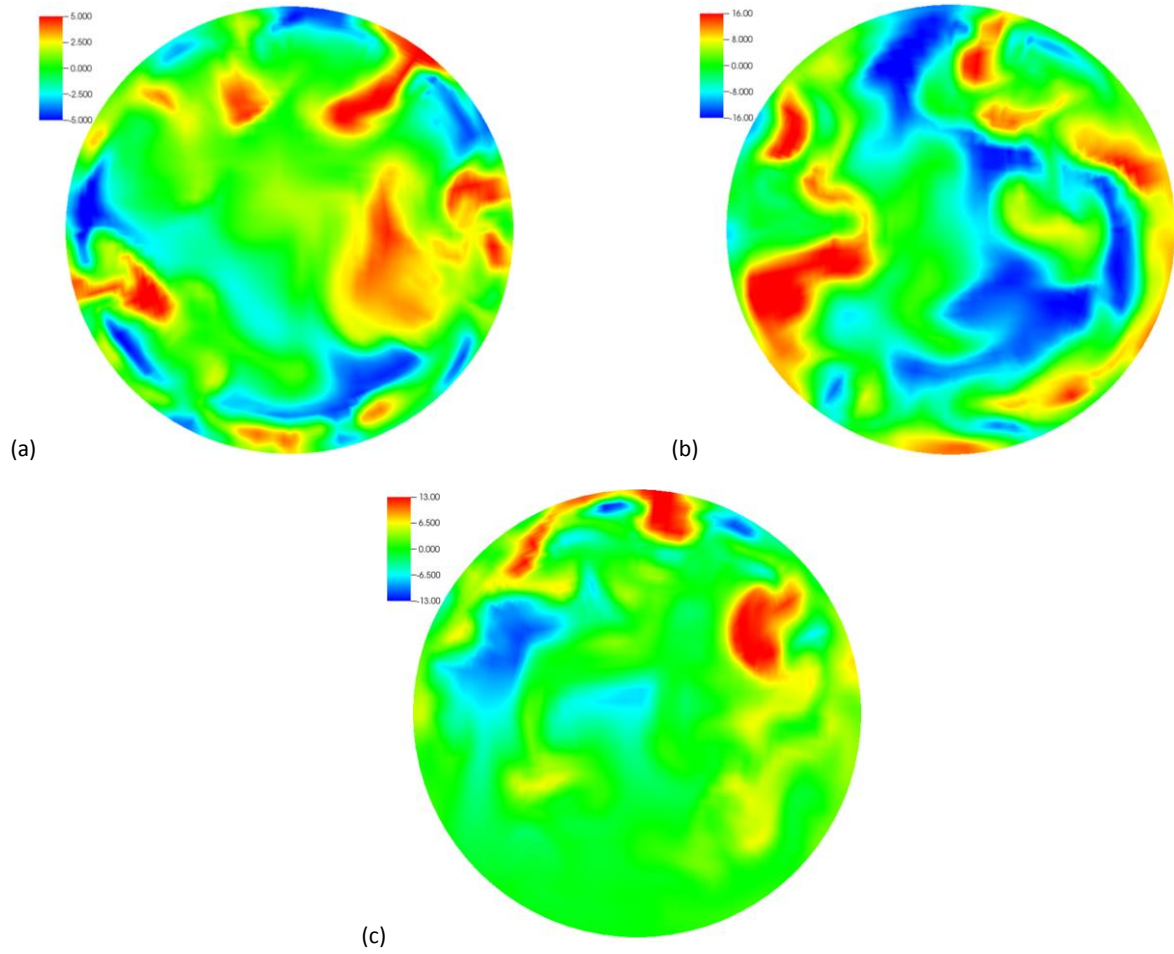


Figura 4.3.5. Fluctuación de temperatura instantánea $\Theta - \bar{\Theta} / T^*$: (a) Corte en z del Caso 1; (b) Corte en z del Caso 2; (c) Corte en z del Caso 3. Obsérvese el cambio de escala en las gráficas.

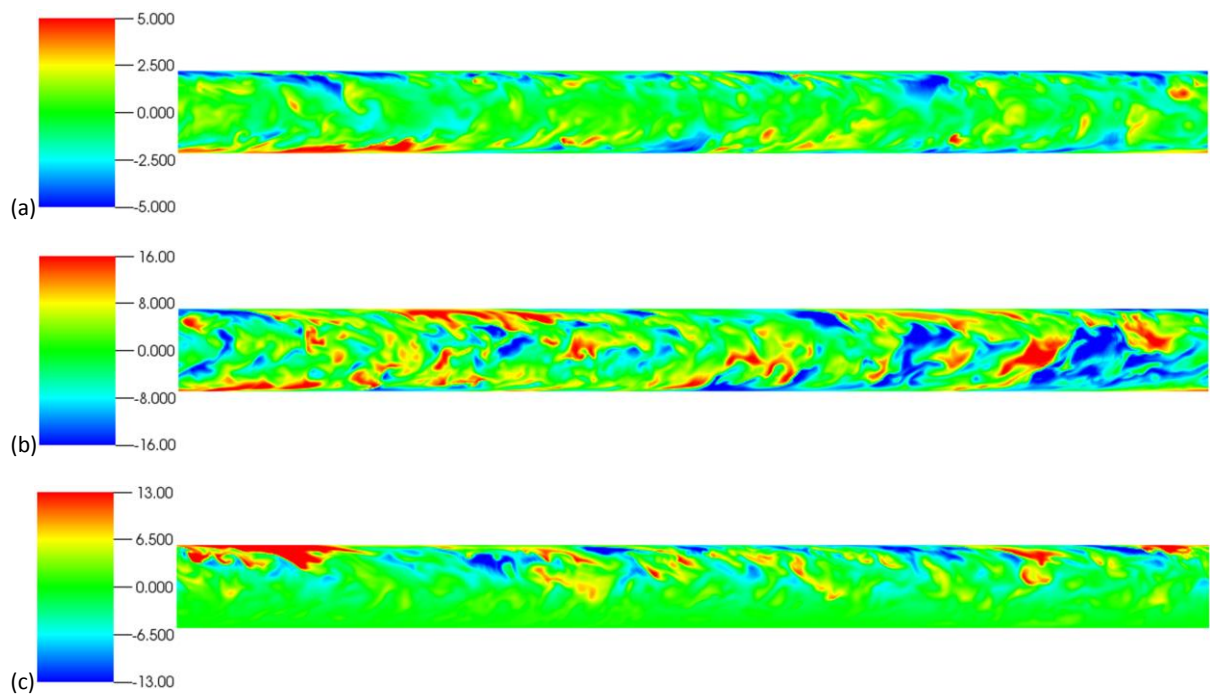


Figura 4.3.6 Fluctuación de temperatura instantánea $\Theta - \bar{\Theta} / T^*$: (a) Corte en x del Caso 1; (b) Corte en x del Caso 2; (c) Corte en x del Caso 3. Obsérvese el cambio de escala en las gráficas.

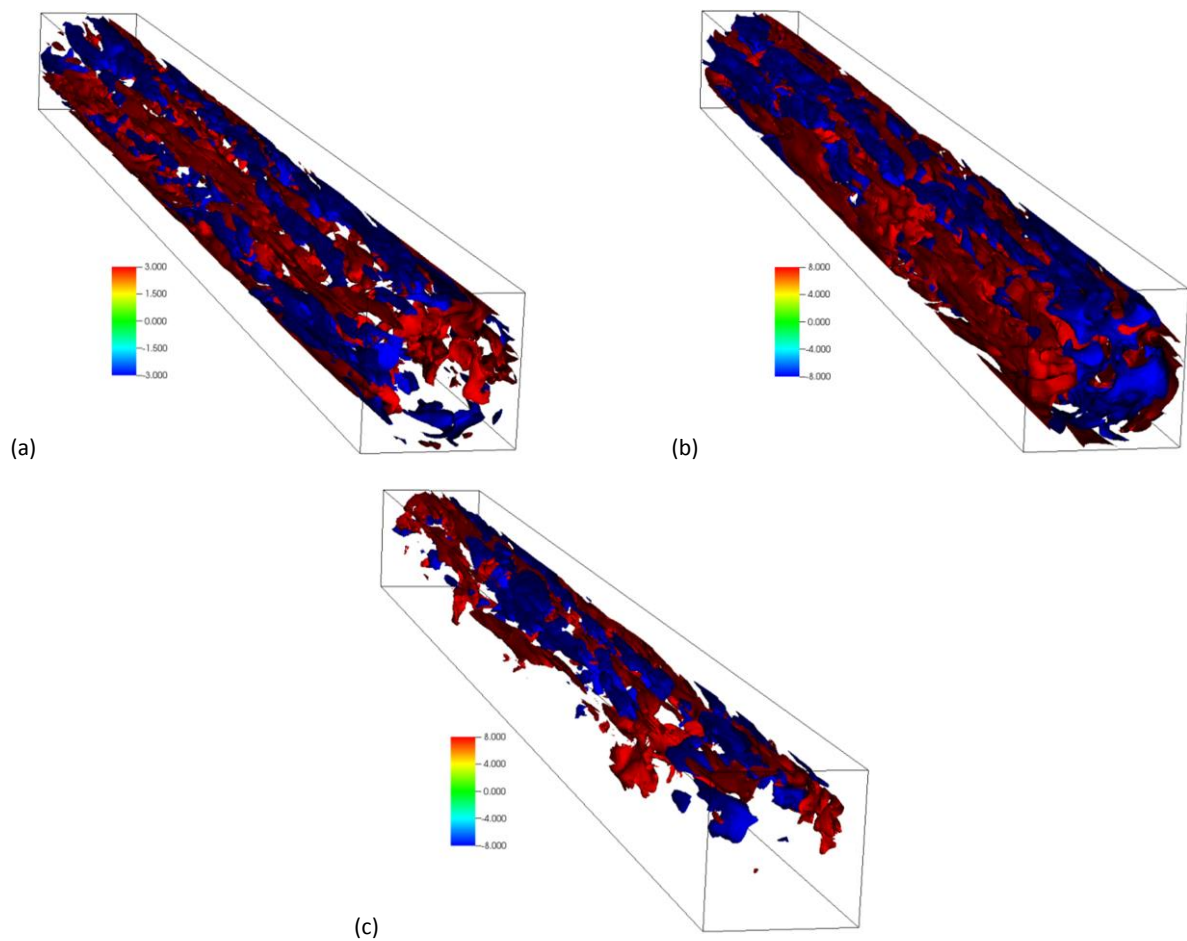


Figura 4.3.7. Fluctuación de temperatura instantánea $\Theta - \bar{\Theta}/T^*$: (a) Isosuperficie Caso 1 (2 niveles de -3 y 3); (b) Isosuperficie Caso 2 (2 niveles de -8 y 8); (c) Isosuperficie Caso 3 (2 niveles de -8 y 8).

En las figuras anteriores vemos que tanto el Caso 1 como en el Caso 2 las fluctuaciones se producen en toda la superficie transversal de la tubería. En cambio, en el Caso 3 tienen lugar principalmente en la parte superior y las fluctuaciones son mínimas en la mitad donde se impuso la condición de contorno adiabática. Coincidiendo así con lo que vimos en la [Figura 4.3.4](#). En la que el Caso 3 tenía valores de temperatura rms cercanos a cero en la parte inferior de la tubería, y el Caso 2 que era simétrico, tenía valores superiores a cero en toda la sección de la tubería. Indicando así que los resultados obtenidos al promediar las fluctuaciones son similares a los obtenidos en las figuras de este apartado en un único instante.

También es interesante destacar la mayor densidad de fluctuaciones en el campo de temperaturas del Caso 2 en el centro de la tubería. Esto se puede apreciar en las [Figuras 4.3.3, 4.3.4, 4.3.7](#). Las razones para este aumento de las fluctuaciones en el centro de la tubería no están claras, aunque pueden estar relacionadas con un desarrollo insuficiente del flujo.

4.3.4. Flujos de calor

En la **Figura 4.3.8** se muestran los resultados obtenidos para el flujo de calor radial ($u'_r \Theta' / u_\tau T^*$), el flujo de calor azimutal ($u'_\theta \Theta' / u_\tau T^*$) y el flujo de calor axial ($u'_z \Theta' / u_\tau T^*$).

Es importante notar que la escala de las dos últimas figuras es diferente a la del resto de figuras. Esto se debe a que los valores del flujo de calor axial son mucho mayores que los obtenidos en el flujo de calor radial y el azimutal.

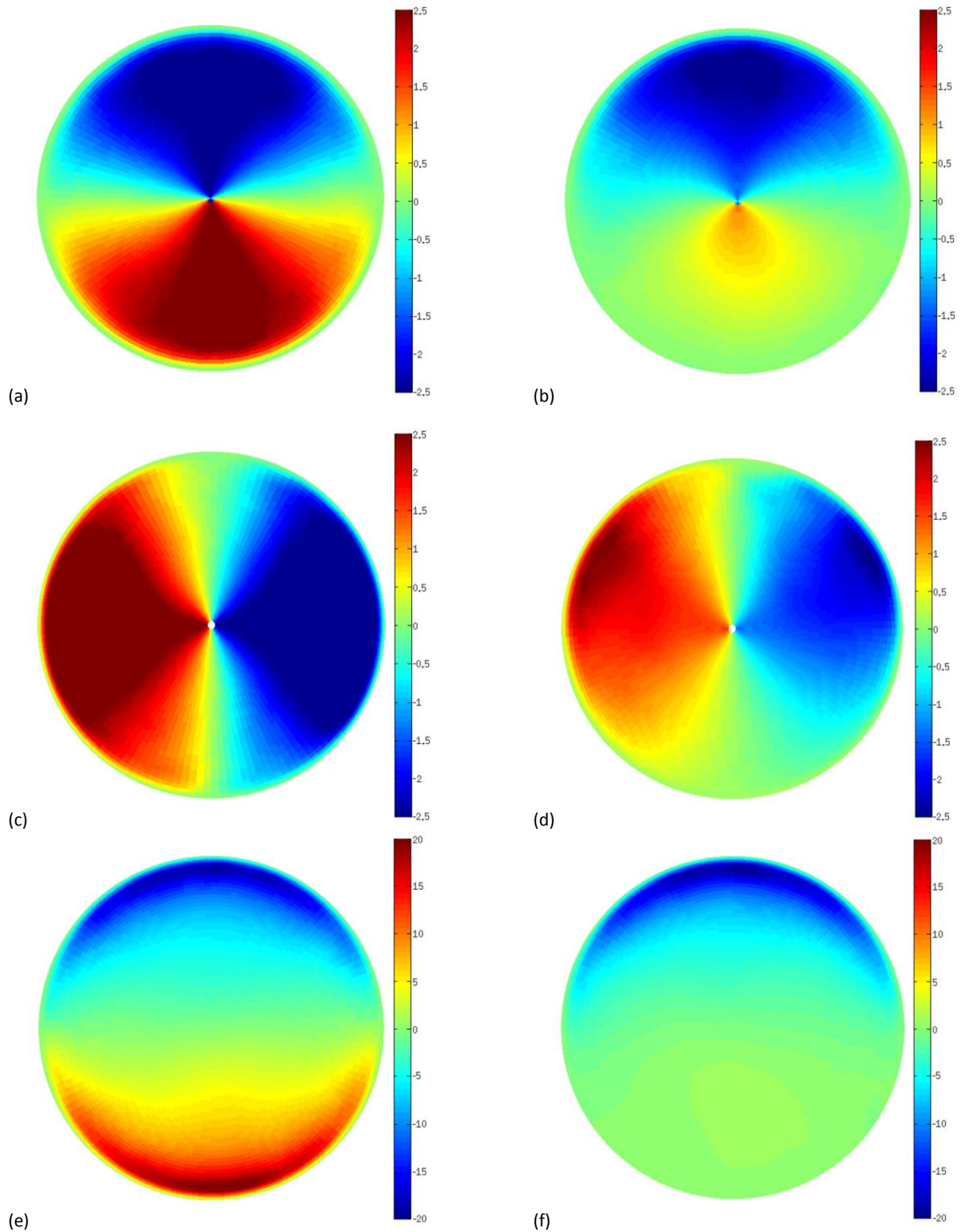


Figura 4.3.8. Flujo de calor radial $u'_r \Theta' / u_\tau T^*$: (a) Caso 2; (b) Caso 3. Flujo de calor azimutal $u'_\theta \Theta' / u_\tau T^*$: (c) Caso 2; (d) Caso 3. Flujo de calor axial $u'_z \Theta' / u_\tau T^*$: (e) Caso 2; (f) Caso 3. Obsérvese el cambio de escala en las gráficas.

En las gráficas se puede ver que en la zona superior de la tubería donde coincide la condición de contorno de los casos 2 y 3, los resultados de los flujos de calor obtenidos son muy similares. En cambio, en la parte inferior donde ya no coincide la condición de contorno varían de forma significativa.

4.3.5. Modelo de obtención de T_s

Como ya se mencionó en la introducción, uno de los problemas que ocurrían en las centrales termosolares de torre era el agrietamiento y rotura del material en las paredes de las tuberías. Que se debía al sobrecalentamiento de las sales de nitrato. Es decir, se debe a las altas temperaturas que alcanzan.

Para poder subsanar este problema, es útil conocer la temperatura de las sales en la pared del conducto. Como no se dispone de datos experimentales, de forma preliminar se utiliza un modelo basado en un coeficiente de transferencia de calor constante. De manera que, nos permite determinar la temperatura en función del flujo de calor que incida sobre la tubería. Este parámetro se conoce y se puede controlar mediante la orientación de los heliostatos en las centrales termosolares de torre.

El modelo que se usa es bastante sencillo, partiendo de la ley de enfriamiento de Newton tenemos que:

$$q = h(T_s - T_{ref}) \quad 4.3.1)$$

Se puede ver en 4.3.1) que para calcular $(T_s - T_{ref})$ necesitamos saber además del flujo de calor (q) el coeficiente de transferencia de calor (h).

Por lo tanto, para poder conocer la temperatura en la pared se necesita un coeficiente de transferencia de calor. Para obtenerlo, nosotros hemos utilizado el Caso 1 en el que imponíamos que el flujo de calor era uniforme. De esta forma, nuestro coeficiente de transferencia de calor será:

$$h_{(1)} = h_{Casol} = \frac{q_{Casol}}{(T_s - T_{ref})_{Casol}} \quad 4.3.2)$$

Donde $T_{ref} = 0$ y el resto de los parámetros los hemos obtenido en la simulación del Caso 1.

Realizando el cálculo propuesto en 4.3.2) hemos obtenido que el valor del coeficiente de transmisión de calor es $h_{(1)} = 10.2844 [W / m^2 K]$.

Vamos a comparar el resultado del coeficiente de transmisión de calor obtenido mediante nuestra simulación con las correlaciones teóricas. Las únicas correlaciones teóricas validadas para nuestro número de Reynolds ($Re_m = 5300$) son la de Gnielinski y la de Skupinski et al.,

1.3.27) y 1.3.28) respectivamente. Si sustituimos el número de Nusselt por la ecuación 1.3.3) y despejamos h . Se obtiene que:

$$h_{Gnclinski} = \frac{[(f/8)(Re_m - 1000)Pr]k_f}{[1 + 12.7(f/8)^{1/2}(Pr^{2/3} - 1)]2R} \quad 4.3.3)$$

$$h_{Skupinski} = \left(4.82 + 0.0185Pe_m^{0.827}\right) \frac{k_f}{2R} \quad 4.3.4)$$

Sustituimos en las ecuaciones anteriores los siguientes valores:

$$k_f = 1[W / Km] \quad ; \quad Re_m = 5300 \quad ; \quad Pr = 0.7 \quad ; \quad R = 1[m] \quad ; \quad f = 0.03678 \quad ;$$

$$Pe_m = Re_m \cdot Pr = 3710$$

El valor de f ha sido calculado mediante la ley de fricción de Prandtl para tuberías lisas, expuesta en 1.2.47).

Obteniendo:

$$h_{Gnclinski} = 8.4612[W / m^2 K] \quad 4.3.5)$$

$$h_{Skupinski} = 10.6897[W / m^2 K] \quad 4.3.6)$$

Si calculamos el error relativo como:

$$e_{rel} = \left| \frac{h_{(1)} - h_{teórica}}{h_{teórica}} \right| \quad 4.3.7)$$

Obtenemos que para la correlación de Gnclinski el $e_{rel} = 0.2155$. Mientras que para la correlación de Skupinski et al. que había sido realizada para un caso equivalente al Caso 1, el $e_{rel} = 0.0379$.

Introduciendo el valor de $h_{(1)}$ en la ecuación 4.3.1), sustituyendo $q = \partial T / \partial r$ y despejando $(T_s - T_{ref})$ se tiene que:

$$(T_s - T_{ref}) = \frac{q}{h_{(1)}} = 0.0972 \frac{\partial T}{\partial r} \quad 4.3.8)$$

Mediante la ecuación 4.3.8) podremos conocer la temperatura en la pared de la tubería.

Para comprobar cómo de buena es la aproximación del modelo creado mediante el Caso 1. Hemos dibujado en la Figura 4.3.9 la comparación entre la temperatura real en la pared obtenida en la simulación del Caso 3 y la temperatura en la pared que nos proporciona el modelo obtenido con el Caso 1. Ya que ambos casos tienen el mismo flujo neto de calor.

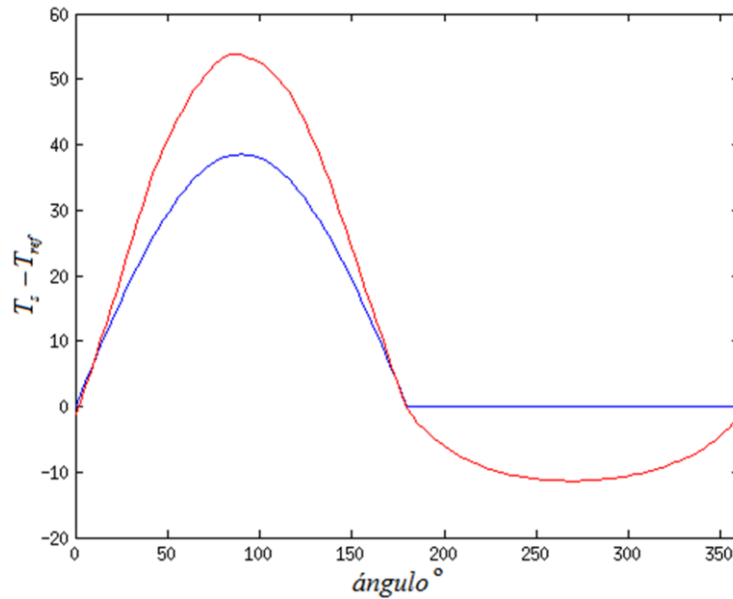


Figura 4.3.9. Comparación entre T_s real y T_s obtenida con el modelo. Línea roja: T_s real. Línea azul: T_s obtenida con el modelo.

Se puede observar en la **Figura 4.3.9** que el modelo utilizado no se ajusta mucho a la solución de la simulación. Para empezar, en la zona adiabática la temperatura predicha por el modelo es cero puesto que es proporcional al flujo de calor. Podemos observar que en la simulación la temperatura en la parte adiabática no es cero. Para cuantificar el error en la zona donde existe transferencia de calor, definimos un error relativo como:

$$e_{rel} = \left| \frac{T_{s,modelo} - T_{s,real}}{T_{s,real}} \right| \quad 4.3.9)$$

El máximo error relativo se encuentra en $\theta = 31^\circ$, siendo este $e_{rel} = 0.2873$

En este proyecto únicamente se han realizado los cálculos con un número de Reynolds y un número de Prandtl. Sería interesante comprobar los resultados de la predicción de la temperatura variando tanto el **Re** como el **Pr** y realizando las simulaciones en una malla más refinada.

5. Conclusiones

El objetivo de este trabajo es analizar el origen de algunos problemas que ocurren en las centrales termosolares de torre.

El problema principal afecta a las tuberías del receptor. Debido a varias causas, entre las que destaca el sobrecalentamiento de sus paredes, dichas tuberías se rompen, obligando a sustituirlas. Para poder solventar este problema es necesario conocer la relación entre la temperatura en las paredes de la tubería y los parámetros que controlan el flujo (número de Reynolds, número de Prandtl, distribución de calor, etc.). También es interesante conocer la temperatura en toda la sección de la tubería de las sales de nitrato que circulan por dentro de ella. De esta manera podremos comprobar si están trabajando a las temperaturas de trabajo adecuadas, evitando su degradación prematura.

Para poder solucionar esos problemas hemos realizado un estudio de la transferencia de calor en una tubería mediante un DNS. Las simulaciones se han corrido con un software de código abierto llamado NEK5000, que permite correr en paralelo. En total, se han usado 460 horas de procesado. Cada caso ha corrido en 12 procesadores.

Para este proyecto se han desarrollado tres casos. El Caso 1 en el que se aporta calor a la tubería de forma uniforme. El Caso 2 que tiene un flujo de calor sinusoidal. Es decir, se introduce calor por una mitad de la tubería y se extrae por la otra mitad. El Caso 3 tiene unas condiciones aproximadas a las que tiene una tubería de una central termosolar. Está configurado de manera que por una mitad de la tubería se introduzca calor de forma no homogénea (zona donde incide la radiación solar a la tubería) y la otra mitad sea adiabática. Hemos hecho la suposición de que la tubería está aislada de forma perfecta en la mitad donde no incide la radiación solar. Evidentemente es una simplificación de lo que ocurre en realidad.

Los resultados obtenidos con NEK5000 se ajustan bastante bien a los que obtuvieron Wu y Moin [11] en su DNS del flujo al mismo número de Reynolds. El campo de temperaturas del Caso 1 se parecía notablemente al que obtuvo Piller [7] para su condición de contorno IWHF con el mismo número de Reynolds y de Prandtl que se ha usado en este proyecto. Las ligeras diferencias entre nuestros resultados y los de Piller [7] se deben principalmente a la resolución de la malla, ligeramente insuficiente en nuestro caso.

Para los casos 2 y 3 se han obtenido estadísticas del campo de temperaturas y de los flujos turbulentos de calor, resultados que aún sin validación parecen concordar con lo físicamente esperado. De esta forma, este proyecto deja en el Departamento de Bioingeniería e Ing. Aeroespacial una base de datos contrastada de transferencia de calor en tuberías con flujo turbulento. Esta base de datos puede resultar útil en estudios preliminares de transferencia de calor en flujos turbulentos con aporte de calor no uniforme.

Finalmente, hemos comparado las temperaturas en la pared de la tubería obtenidas de las simulaciones con las que proporcionan los modelos semi-empíricos usados en la industria. Las temperaturas obtenidas de estas correlaciones tienen errores significativos, superiores al 25%.

En un futuro trabajo se podría ampliar este estudio. Utilizando una malla con más puntos, que permitiera imponer un mayor número de Reynolds. También sería interesante tener en cuenta el efecto de que las propiedades del fluido (densidad y viscosidad) varíen con la temperatura. Sin embargo, estos trabajos necesitarían una potencia de cálculo superior a la utilizada en este proyecto.

6. Bibliografía

1. Boersma B.J.: Direct numerical simulation of turbulent pipe flow up to a Reynolds number of 61 000. *J. Phys.* 318, 042,045 (2011).
2. El Khoury G.K., Schlatter P., Noorani A., Fischer P.F., Brethouwer, G., Johansson, A.V.: Direct numerical simulation of turbulent pipe flow at moderately high Reynolds numbers. *Flow Turbulence and Combustion* (2013).
3. Fischer P.F., Lottes J.W., Kerkemeier S.G.: nek5000 Web page (2008). <http://nek5000.mcs.anl.gov>
4. Kim J., Moin P., Moser P.: Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number. *J. Fluid Mech.* 177, 133–166 (1987).
5. Moore R., Vernon M., Ho C. K., Siegel N. P., Kolb G. J. Design Considerations for Concentrating Solar Power Tower Systems Employing Molten Salt (2010).
6. Ould-Rouiss M., Bousbai M., Mazouz A.: Large eddy simulation of turbulent heat transfer in pipe flows with respect to Reynolds and Prandtl number effects. *Acta Mechanica.* 224, 5, 1133 (2013).
7. Piller M.: Direct numerical simulation of turbulent forced convection in a pipe, *International Journal for Numerical Methods in Fluids.* 49: 583–602 (2005).
8. Redjem-Saad L., Ould-Rouiss M., Lauriat G.: Direct numerical simulation of turbulent heat transfer in pipe flows: Effect of Prandtl number. *International Journal of Heat and Fluid Flow.* 28, 5, 847 (2007).
9. Saha S., Chin C., Blackburn H.M., Ooi A.S.H.: The influence of pipe length on thermal statistics computed from DNS of turbulent heat transfer. *International Journal of Heat and Fluid Flow.* 32, 6, 1083 (2011).
10. Seki Y., Abe H., Kawamura H.: DNS of turbulent heat transfer in a channel flow with different thermal boundary conditions. *Proceedings of the 6th ASME-JSME Thermal Engineering Joint Conference, Hawaii, U.S.A.* (2003).
11. Wu X., Moin P.: A direct numerical simulation study on the mean velocity characteristics in turbulent pipe flow. *Journal of Fluid Mechanics.* 608, pp 81-112 (2008).

7. APÉNDICE

7.1. NEK5000

7.1.1. Cómo correr una simulación

Para correr una simulación en NEK5000 es imprescindible tener en el mismo directorio los tres archivos con los que se definen cada problema: el archivo .rea, el archivo .usr y el archivo SIZE. Además es necesario correr la herramienta genmap, que a partir del archivo .rea genera un archivo denominado con la extensión .map. Este archivo divide el dominio computacional en particiones para que la simulación se pueda realizar en varios procesadores (es necesario incluso aunque se quiera correr con un sólo procesador). Es recomendable introducir en ese mismo directorio el archivo makenek que sirve para compilar. De esta manera nos ahorramos tener que buscar el path donde está ubicado cada vez que queramos compilar.

A continuación se explican de forma un poco más detallada los tres archivos principales necesarios para cada simulación.

Reafile

El archivo .rea contiene varias secciones:

En la Sección I encontramos Parameters y Logical switches.

Parameters. En este apartado encontramos los parámetros que definen el problema. Aquí se presentan únicamente los que hemos modificado en nuestras simulaciones a lo largo del proyecto:

Lo primero que se especifica es si la simulación va a ser bidimensional o tridimensional (2/3 DIMENSIONAL RUN).

Inmediatamente después encontramos los parámetros.

P001 DENSITY	Densidad.
P002 VISCOS	Viscosidad (o número de Reynolds si se pone negativo).
P008 CONDUCT	Conductividad (o número de Péclet si se pone negativo).
P010 FINTIME	Tiempo en el que deja de correr la simulación.
P011 NSTEP	Número de pasos que corre la simulación.
P012 DT	Diferencia temporal entre cada paso. Si se pone negativo el diferencial de tiempo es el mismo entre cada paso.

P014 IOTIME	Cada cuanto tiempo escribe un archivo de output el código.
P015 IOSTEP	Cada cuantos pasos escribe un archivo de output el código.
P020 NORDER	Orden del elemento finito que estamos utilizando.
P026 COURANT/NTAU	Número de Courant. Cuando el P012 $DT > 0$ determina el valor máximo de dt . Es decir, elige el mínimo entre DT y dt_cfl . Si $DT < 0$ no sirve para nada ya que $dt = DT $ siempre. Por último, si $DT = 0$ el dt queda determinado por dt_cfl .
P027 TORDER	Orden de la discretización temporal.
P030	Si es mayor que 0 las propiedades se pueden imponer en el archivo .usr, dentro de la subrutina USERVP.
P066 output	Elegimos si queremos que los archivos de salida (outputs) sean ascii (ejemplo: para un archivo llamado test, obtendríamos como primer output test.fld01) o binarios (ejemplo: para un archivo llamado test, obtendríamos como primer output test0.f00001). Nosotros siempre hemos utilizado los outputs binarios porque nos permiten tener más archivos de output y visualizarlos en Vistit. El programa de código libre que hemos utilizado para la visualización de los archivos.
P067 restart	Decimos al código si el archivo a partir del cual va a comenzar a simular va a ser ascii o binario.
P068 iastep	Cada cuantos pasos utiliza la subrutina avg_all (en caso de haberla incluido en la subrutina USERCHK). Esta subrutina calcula los promedios $E(X)$, $E(X^2)$ y $E(X*Y)$ para todos los campos mientras el código está corriendo y los saca en los archivos de output avg, rms y rm2 (ejemplo: para un archivo llamado test, donde en el P066 eligiéramos los archivos en binario. Como primer output de esta subrutina obtendríamos los archivos avgtest0.f00001, rmstest0.f00001 y rm2test0.f00001).

Logical switches. Sirven para especificar al código que ecuaciones queremos que resuelva. De igual manera que en Parameters sólo hablaremos de las que hemos utilizado mientras realizábamos el proyecto.

IFFLOW	Si la activamos (T). El código resuelve las ecuaciones de Navier-Stokes para el fluido (velocidad y presión).
IFHEAT	Si está activa (T). El código resuelve la ecuación de la energía (temperatura).
IFTRAN	Si la activamos (T). El código resuelve el problema no estacionario.
IFADVC	Si está activa (T). El código resuelve las ecuaciones con el término convectivo.

En la Sección II encontramos todos los datos relacionados con el mallado. Esta sección se rellena de forma automática cuando realizamos la malla en la herramienta PRENEK que incluye NEK5000.

En **MESH DATA** se pueden ver las coordenadas de cada elemento que compone la malla.

En **CURVED SIDE DATA** podemos ver los elementos que han sido curvados. Nos dice la cara (3D) o lado (2D) que se ha curvado, el elemento que ha sido curvado y con qué radio se ha realizado esa curvatura.

En **BOUNDARY CONDITIONS** se especifican todas las condiciones de contorno impuestas. En FLUID BOUNDARY CONDITIONS las relacionadas con el fluido y en THERMAL BOUNDARY CONDITIONS las relacionadas con la ecuación de la energía. En caso de que IFHEAT no esté activado (F) aparecerá NO THERMAL BOUNDARY CONDITIONS. Más adelante están detalladas las diferentes condiciones de contorno que se pueden imponer en NEK5000.

Por último, en la Sección III encontramos PRESOLVE/RESTART OPTIONS, INITIAL CONDITIONS, DRIVE FORCE DATA, Variable Property Data, HISTORY AND INTEGRAL DATA, OUTPUT FIELD SPECIFICATION y OBJECT SPECIFICATION. Únicamente comentaré las que nos han servido mientras realizábamos el proyecto.

PRESOLVE/RESTART OPTIONS es muy útil en caso de querer iniciar la simulación a partir de un archivo (por ejemplo: si te quedaste corto al poner el/los tiempo/pasos durante el/los que corría la simulación y necesitas correrla durante más tiempo/pasos). Para configurarlo lo único que hay que hacer es poner 1 delante de PRESOLVE/RESTART OPTIONS ***** y en la línea siguiente escribir el nombre del archivo a partir del cual queremos que empiece la simulación. Es importante que el archivo esté acorde con lo impuesto en el P067. Si impusimos que el archivo de restart iba a ser en binario, escribir y tener en el directorio ese archivo en binario (ejemplo: queremos reiniciar la simulación a partir del archivo de output número 100 de test. Para ello tendríamos que escribir en la línea posterior a PRESOLVE/RESTART OPTIONS ***** test0.f00100 y tener ese archivo dentro del directorio). En caso de que queramos que la simulación parta desde cero, pondremos 0 delante de PRESOLVE/RESTART OPTIONS ***** .

HISTORY AND INTEGRAL DATA (HISTORY POINT). Sirve para monitorizar en cualquier instante de tiempo las variables que queramos en los puntos de la malla que elijamos. Es útil para comprobar si los resultados obtenidos en algunos puntos de la malla coinciden con lo esperado.

Por último, **OUTPUT FILED SPECIFICATION** nos da a elegir las variables que va a contener cada archivo de output: COORDINATES (malla), VELOCITY (velocidad), PRESSURE (presión), TEMPERATURE (temperatura) y TEMPERATURE GRADIENT (gradiente de temperatura). Para visualizar los archivos en Visit es necesario tener activado (T) el switch COORDINATES.

Usrfile

El archivo .usr está formado por subrutinas escritas en Fortran que nos permiten realizar cambios en las variables mientras la simulación está en proceso. Las subrutinas por las que está compuesto son:

USERVP. En caso de haber impuesto que el P030 es mayor que 0 en el archivo .rea el código entra en esta subrutina. En ella se pueden modificar variables. De manera que nos permite por ejemplo ir cambiando la densidad o la viscosidad en cada paso. De esta manera podríamos conseguir que no fueran constantes durante toda la simulación.

USERF. Esta subrutina sirve para introducir un forzado en las ecuaciones de cantidad de movimiento, ya sea en x, y o z. Esto nos ha permitido introducir una fuerza volumétrica que simula el gradiente de presión entre los extremos de la tubería.

USERQ. Sirve para introducir un término fuente en la ecuación de la energía. En este proyecto lo hemos utilizado para introducir una generación de calor volumétrica. Encargada de evacuar la energía introducida mediante el flujo de calor que impusimos mediante la condición de contorno.

USERCHK. El código llama a esta subrutina al final de cada paso o antes de cada bucle de tiempo. Es la que más hemos utilizado. Sirve para realizar cualquier cálculo que resulte necesario. Como por ejemplo los promedios realizados durante la simulación con la subrutina avg_all de la que hemos hablado en el parámetro P068 del Reafile. También se utiliza posteriormente en el postprocesado (para poner el código en modo de postprocesado sólo hay que poner los parámetros P010 y P011 en 0). Nosotros por ejemplo hemos pasado las estadísticas de coordenadas cartesianas a polares. También hemos interpolado las estadísticas, de la malla creada en PRENEK (coordenadas cartesianas) a una malla en coordenadas cilíndricas que hemos definido en esta subrutina.

USERBC. Con esta subrutina se pueden imponer las condiciones de contorno en el archivo .usr. Para ello es necesario especificarlo durante la creación de la malla con PRENEK o en el archivo .rea. Posteriormente se verán en detalle las condiciones de contorno que se pueden imponer y cómo hacerlo.

USERIC. Nos permite imponer las condiciones iniciales de las variables. Tanto velocidad, como temperatura. En el proyecto hemos utilizado esta subrutina para que el fluido empezara a ser turbulento. Para ello impusimos un ruido en la velocidad.

USERDAT. Se utiliza para modificar los vértices de los elementos antes de que el código genere la malla. Por ejemplo para reescalar una malla creada previamente en PRENEK.

USERDAT2. Esta subrutina nos permite modificar las coordenadas de la malla.

SIZEfile

En el archivo SIZE se definen los parámetros principales para asignar la memoria necesaria a cada simulación. Los principales son:

ldim	Especifica si el problema es en 2D o en 3D.
lx1/ly1/lz1	Número de puntos en las direcciones X, Y, Z, dentro de cada elemento de la malla 1 (velocidad)
lx2/ly2/lz2	Número de puntos en las direcciones X, Y, Z, dentro de cada elemento de la malla 2 (presión). Si queremos usar la formulación PN/PN sólo tenemos que poner que $l(x,y,z)_2=l(x,y,z)_1$. En caso de querer utilizar una formulación PN-2/PN-2 tendremos que poner que $l(x,y,z)_2=l(x,y,z)_1-2$.
lxd/lyd/lzd	Número de puntos utilizados para el dealiasing. Nos especifican que utilicemos la regla de los 3/2, es decir, $l(x,y,z)_d=[l(x,y,z)_1*3]/2$.
lelx/lely/lelz	Número máximo de elementos que resuelve el código por procesador.
lp	Número máximo de procesadores que se van a utilizar.
lelg	Número máximo de elementos totales.
lelt	Número máximo de elementos locales para la malla de la temperatura. Este número varía en función de lelg y la cantidad de procesadores que utilicemos para resolver la simulación. En caso de setearlo mal, el código nos da error y nos dice el valor que debemos poner en este parámetro.
lelv	Número máximo de elementos locales para la malla de la velocidad. Ocurre exactamente lo mismo que en lelt.
ldimt	Número máximo de variables que queremos solucionar además de la velocidad y la presión (temperatura y escalares adicionales).
lorder	Orden máximo de la integración temporal (2 ó 3).
lhis	Número máximo de history points por procesador.
lpart	Este parámetro en el proyecto ha servido para la interpolación de las variables en la malla cilíndrica. En la subrutina interp_v que hemos utilizado es necesario que lpart sea mayor o igual que el número de puntos de la malla en la que queremos interpolar.

Ahora vamos a ver cuáles son las condiciones de contorno y dónde es recomendable imponerlas.

Condiciones de contorno

En las condiciones de contorno las letras mayúsculas indican que los parámetros se definen en el archivo .rea. Mientras que las letras minúsculas indican al código que debe buscar esos parámetros en el archivo .usr. Como cambiar los parámetros de las condiciones de contorno en el archivo .rea no es cómodo. Lo normal es utilizar las condiciones que no requieran que el usuario introduzca ningún parámetro y las que el código rellena de forma interna (E y P) dentro del .rea. Por el contrario las condiciones de contorno de la temperatura, la velocidad y de flujo se suelen definir con minúsculas. Para poder especificar sus valores en la subrutina USERBC, dentro del archivo .usr.

Según lo explicado anteriormente tenemos dos tipos diferentes de condiciones de contorno. Unas primitivas que se establecen en .rea y las que el usuario define en el archivo .usr.

Condiciones de contorno primitivas:

TIPO	DESCRIPCIÓN	PARÁMETROS NECESARIOS	NÚMERO DE PARÁMETROS
E	Interna (Conectividad entre elementos)	Elemento y cara adyacente	2
P	Periódica	Elemento y cara periódica	2
T	Dirichlet para la temperatura/escalar	Valor de temperatura	1
V	Dirichlet para la velocidad	u, v, w	3
O	Outflow	-	0
W	Pared (no deslizamiento)	-	0
F	Flujo	Valor del flujo	1
SYM	Simetría	-	0
A	Axisymmetric boundary	-	0
MS	Moving boundary	-	0
I	Adiabática	-	0
ON	Outflow, Normal (necesita una superficie para ser normal a x, y, o z)	-	0

Tabla 2

Condiciones de contorno definidas por el usuario:

TIPO	DESCRIPCIÓN
v	Dirichlet para la velocidad definida por el usuario
t	Dirichlet para la temperatura definida por el usuario
f	Flujo definido por el usuario

Tabla 3

Por último, para recopilar la información, resumimos lo visto anteriormente en un paso a paso.

Pasos a seguir para hacer una simulación

1. Configurar los archivos .rea, .usr y SIZE. Lo normal es coger los archivos de algún ejemplo de los que se descargan con NEK5000. Posteriormente modificar los parámetros y las subrutinas para definir el problema que se quiere estudiar. Para simulaciones con mallas muy grandes (más de 100000 elementos) es recomendable utilizar el archivo .re2 (binario) en lugar del .rea (ascii). NEK5000 tiene una herramienta llamada reatore2, que como se puede deducir de su nombre convierte un archivo .rea en un archivo .re2.
2. Generar la malla del problema con PRENEK. Donde además de definir la geometría también tenemos que especificar las condiciones de contorno.
3. Correr la herramienta genmap que genera el archivo .map. Para ello, si hemos instalado correctamente las tools de NEK5000 (ejecutando maketools all en el terminal). Sólo tenemos que situarnos en el directorio donde estén los archivos de la simulación y escribir genmap en el terminal. A continuación nos pedirá el nombre del archivo .rea (hay que escribir sólo el nombre del archivo sin la extensión) y posteriormente nos pedirá la tolerancia de la malla (0.2 por defecto).
4. Lo siguiente que tenemos que hacer es compilar. Como ya dijimos al principio del apartado, es útil copiarse el archivo makenek que se encuentra en el directorio donde hallamos descargado NEK5000 (si se han seguido los pasos de la descarga de la web estará en \$HOME/nek5_svn/trunk/nek) en el directorio donde tenemos el resto de archivos de la simulación. Para compilar es necesario tener instaladas las librerías mpi de Fortran77 y de C. Además hay que tener en el directorio los archivos .rea, .usr, .map y SIZE. Es necesario compilar cada vez que se modifique cualquiera de los archivos anteriores. Para compilar una simulación llamada test. Sólo tenemos que escribir en el terminal ./makenek test y el código comenzará a compilar. Creando los archivos makefile, test.f, compiler.out, el ejecutable nek5000 y un directorio llamado obj.

5. Por último hay que lanzar la simulación. Para ello hay que elegir uno de los scripts que hay en el directorio donde descargamos NEK5000:

Para hacer una simulación con un único procesador nosotros hemos utilizado nek que corre de forma interactiva o nekb que corre en el background. Para utilizarlo sólo hay que buscar el path y escribir a continuación nombre del archivo. Por ejemplo: si hicimos la descarga de NEK5000 siguiendo los pasos de la web y el nombre de usuario del ordenador es alex. Para correr la simulación test, sólo tenemos que escribir en el terminal `/home/alex/nek5_svn/trunk/tools/scripts/nek test` para correr el código de forma interactiva.

Si queremos realizar la simulación con varios procesadores podemos utilizar los scripts nekmpi o nekbmpi. Para correr el código se hace exactamente igual que antes, salvo que después de escribir el nombre del archivo tenemos que escribir el número de procesadores que vamos a utilizar. Por ejemplo: si hicimos la descarga de NEK5000 siguiendo los pasos de la web, el nombre de usuario del ordenador es alex y queremos correr la simulación test con 4 procesadores. Tendríamos que escribir en el terminal `/home/alex/nek5_svn/trunk/tools/scripts/nekmpi test 4`.

7.1.2. Herramientas

NEK5000 viene con varias herramientas que se pueden compilar con el script maketools. En este trabajo no se han utilizado todas. Las herramientas principales son:

genmap	Divide el dominio espectral en particiones.
genbox	Permite hacer mallas de geometrías sencillas como cajas o anillos.
n2to3	Extruye una malla de dos dimensiones (2D) en la tercera dimensión (z).
nekmerge	Combina varias mallas.
reatore2	Convierte un archivo .rea (ascii) en un archivo .re2 (binario).
amg_matlab	Herramienta basada en Matlab para generar archivos de entrada para el solucionador AMG (Algebraic Multigrid Methods).
scripts	Sirven para facilitarnos la tarea de correr las simulaciones. Hay varios en función de la forma en que necesitemos correr cada simulación (correr un número de pasos determinado, de forma interactiva, en el background, con un único procesador, con varios procesadores, etc.).
prenek	Interfaz gráfica que sirve para hacer el pre-proceso. Es decir, definir el problema que se quiere estudiar para poder simularlo posteriormente. Nosotros únicamente la hemos utilizado para generar la malla.
Postnek	Interfaz gráfica que sirve para el post-procesado. Es decir, para visualizar los resultados obtenidos tras la simulación. Para esta labor nosotros hemos optado por seguir las recomendaciones de la página web de NEK5000 y utilizar Visit. Un programa de código libre más moderno y más cómodo de manejar.

Como para hacer nuestra malla hemos utilizado prenek vamos a explicar con algo más de detalle esta herramienta.

PRENEK

Para empezar a utilizar prenek es necesario haber compilado la herramienta previamente con maketools. Al igual que para utilizar cualquiera de las herramientas de NEK5000.

1. Para empezar una sesión en prenek tenemos dos opciones. Si escribimos pretex en el terminal usaremos la versión de texto y si utilizamos el comando prex en el terminal usaremos la versión exclusivamente gráfica. La única diferencia entre ambas es que en la primera introducimos las órdenes y recibimos la información del programa a través del terminal (exceptuando la parte gráfica que el programa nos enseña en otra ventana llamada Nekton). Mientras que en la segunda recibimos la información a través de la interfaz gráfica, nos muestra todo en la ventana Nekton. Según escribamos una u otra opción aparecerá en nuestra pantalla lo que se ve en la [Figura 7.1.1](#).

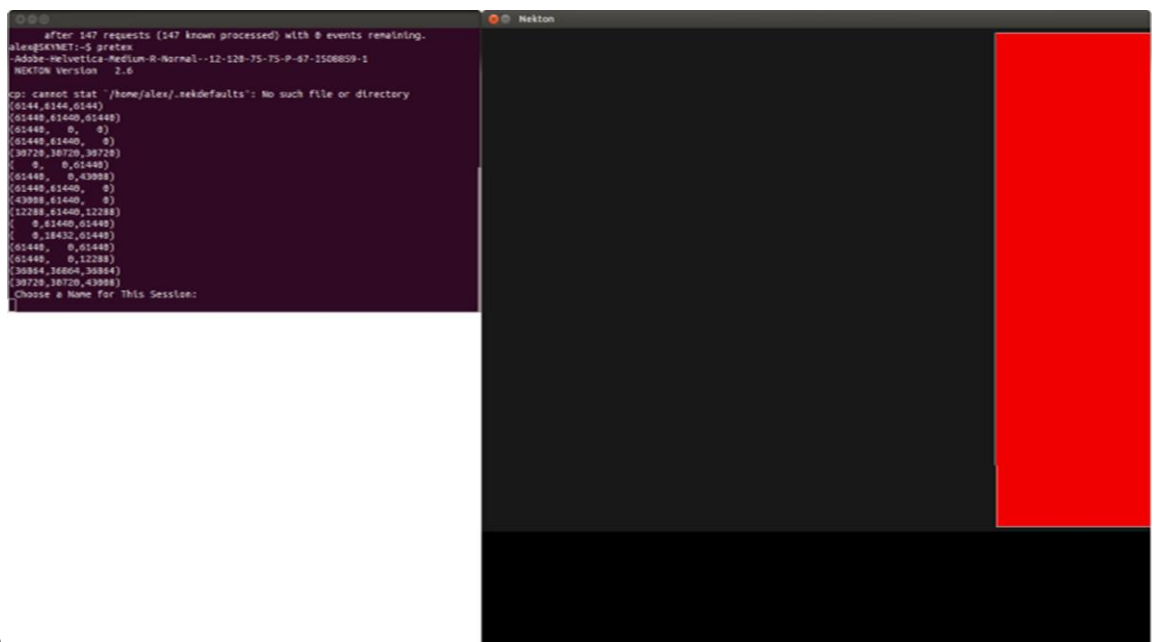
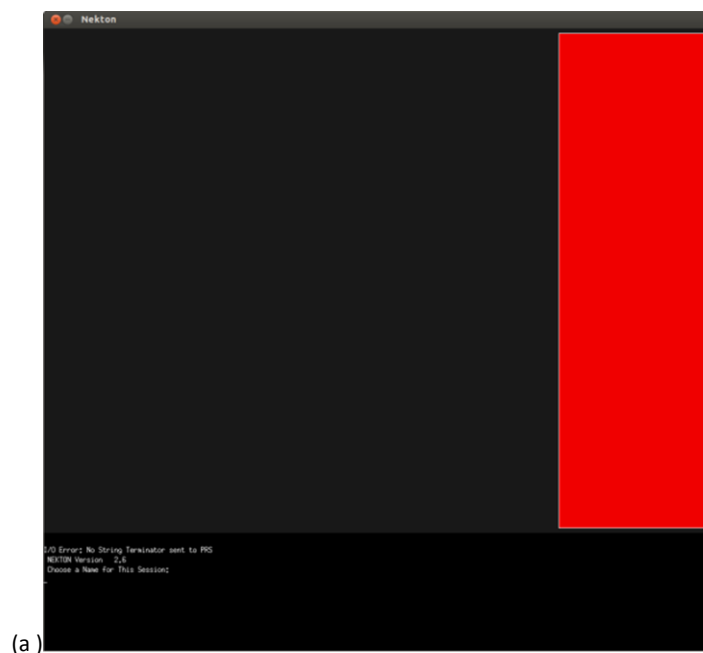


Figura 7.1.1. Pantalla inicial de PRENEK: (a) prex; (b) pretext.

2. Lo primero que nos pide prenek es el nombre de la sesión. Esto sirve exclusivamente para dar nombre al archivo .rea que se creará al finalizar la sesión. Escribimos un nombre, pulsamos la tecla intro y nos aparecerán los tres recuadros que podemos ver en la **Figura 7.1.2.**

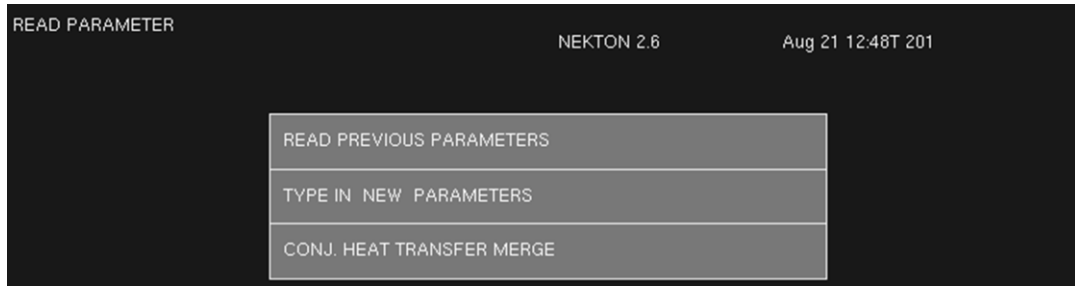


Figura 7.1.2. Pantalla de lectura de parámetros (READ PARAMETER).

3. Para definir el problema tenemos dos opciones. READ PREVIOUS PARAMETERS o TYPE IN NEW PARAMETERS.
 - a. Si pulsamos el recuadro TYPE IN NEW PARAMETERS empezaremos a definir un problema desde cero, donde los Parameters del archivo .rea tendrán los valores por defecto. Nos aparecerá en pantalla lo que vemos en **Figura 7.1.3.** Pulsando sobre los recuadros, podremos configurar las dimensiones del problema (2D o 3D), las Logical switches que comentamos en el apartado Reafile y añadir más escalares (hasta un máximo de 4).

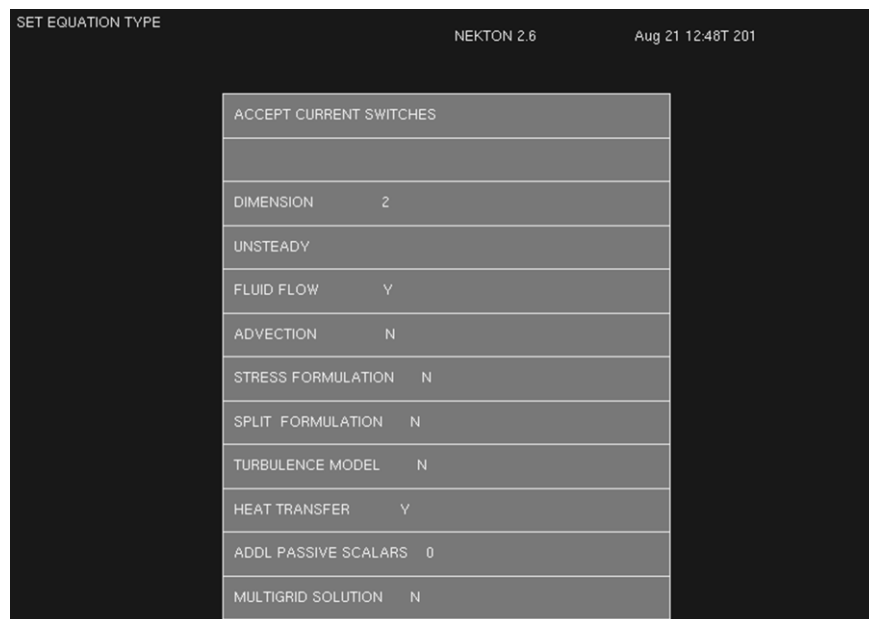


Figura 7.1.3. Pantalla de configuración del solver (SET EQUATION TYPE).

En el ejemplo de la pantalla de la **Figura 7.1.3.** El problema que estamos definiendo sería en 2 dimensiones, no estacionario (UNSTEADY). Resolvería el flujo y la transferencia de calor, ya que los recuadros FLUID FLOW y HEAT TRANSFER están activados (Y).

En este paso habríamos rellenado en el archivo .rea la tercera línea con 2 DIMENSIONAL RUN. También habríamos activado (T) las Logical switches IFFLOW, IFHEAT e IFTRAN.

Cuando hayamos terminado, pulsamos el recuadro ACCEPT CURRENT SWITCHES.

- b. Si pulsamos el recuadro READ PREVIOUS PARAMETERS la aplicación lee los parámetros que hemos configurado en el apartado a), junto con los Parameters, de un archivo .rea que tengamos en el directorio en el que nos encontremos. Esta opción se selecciona para modificar la malla o alguna condición de contorno. Prenek lo único que nos pide es el nombre del archivo .rea.
4. Cuando hemos terminado de configurar los parámetros nos aparece en la ventana Nekton el panel denominado CENTRAL como podemos ver en la [Figura 7.1.4](#). En él tenemos dos opciones para crear la malla: BUILD FROM FILE y BUILD INTERACTIVELY.



Figura 7.1.4. Pantalla dónde seleccionamos la forma de construir la malla (CENTRAL).

- a. Si seleccionamos BUILD FROM FILE. Prenek generará la malla que contenga un archivo .rea que esté en el directorio, utilizando el mismo sistema de coordenadas con el que fue creada. Si en el apartado anterior seleccionamos la opción TYPE IN NEW PARAMETERS. Nos pedirá el nombre del archivo .rea donde se encuentra la malla que queremos usar. En caso de haber seleccionado anteriormente READ PREVIOUS PARAMETERS generará la malla del archivo .rea que introdujimos en el apartado anterior.
- b. En caso de seleccionar BUILD INTERACTIVELY. Lo primero que prenek va a hacer es crear el sistema de coordenadas donde construiremos la malla. Para ello nos pide que pulsemos en 2 puntos diferentes de x (en la misma línea horizontal) dentro de una cuadrícula como la que aparece en la [Figura 7.1.5](#) y que digamos que longitud queremos imponer entre esos dos puntos. De esta manera configura el factor de escala del sistema de coordenadas. Inmediatamente después nos dice que pulsemos en un punto de la cuadrícula asumiendo que la escala es la misma tanto en x como en y , y que demos el valor en la coordenada x de ese punto y la misma operación para la coordenada y . De esta forma determina dónde se encuentra el eje de coordenadas.



Figura 7.1.5. Cuadrícula dónde se configura el sistema de coordenadas.

5. El siguiente paso es construir la malla necesaria para estudiar el problema o modificar una ya existente que se ajuste a él. Para ello tenemos un menú en la parte derecha de la ventana Nekton que podemos ver en la [Figura 7.1.6](#). Este menú nos permite realizar diversas acciones.



Figura 7.1.6. Menú para construir la malla (BUILD MENU).

En este proyecto no hemos utilizado todas las acciones, de modo que vamos a comentar las que hemos usado y para qué sirven.

DEFINE OBJECT nos permite crear elementos para formar nuestra malla. Para ello únicamente nos pide que mediante el ratón introduzcamos las 4 esquinas que formaran los vértices del elemento.

MODIFY ELEMENT sirve para modificar las coordenadas en las que se encuentran las esquinas del elemento. Pudiendo modificarlas todas de una en una hasta conseguir la forma deseada en el elemento. El código nos pide que pulsemos con el ratón sobre la esquina que queremos mover, y a continuación que pulsemos sobre el punto de la cuadrícula donde queremos moverla.

DELETE ELEMENT elimina elementos de la malla. Nos pide que pulsemos sobre dos puntos de la cuadrícula. Esos dos puntos sirven para trazar una recta que forma la diagonal de un rectángulo. Todos los elementos que se encuentren dentro del rectángulo son eliminados

SET GRID nos permite reajustar el factor de escala del sistema de coordenadas mediante DX si tenemos CARTESIAN activado (T) y mediante dR si tenemos POLAR activado (T). También se puede cambiar el punto de la cuadrícula donde está situado el centro de coordenadas mediante Xo e Yo. Todas estas opciones aparecen en la parte derecha de la ventana de Nekton en un menú como el de la [Figura 7.1.7](#).



Figura 7.1.7. Menú para reajustar el sistema de coordenadas (SET GRID).

IMPORT MESH nos deja introducir una malla que contenga un archivo .rea que esté dentro del directorio donde estamos trabajando. Es equivalente a la opción BUILD FROM FILE del apartado anterior pero habiendo definido previamente el sistema de coordenadas.

ZOOM sirve para ampliar la malla dibujada dentro de la cuadrícula. Para ello hay que seleccionar ZOOM y pulsar con el ratón en dos puntos de la cuadrícula. El código realiza el mismo proceso que en DELETE ELEMENT. Con esos dos puntos define una recta que formara la diagonal de una rectángulo y ampliará todo lo que esté dentro de ese rectángulo. Para confirmar que queremos hacer zoom hay que volver a pulsar el recuadro ZOOM después de introducir los dos puntos con el ratón.

CURVES SIDE permite curvar cualquier lado de un elemento de diferentes formas. En la realización de nuestra malla no ha sido necesario usar esta acción. Ya que, en uno de los ejemplos que venían con el código había una malla circular con radio unitario. Exactamente la que necesitábamos para ejemplificar el dominio de nuestro problema. Al pulsar esta opción aparece un menú en la parte derecha de la ventana Nekton como el que se puede ver en la [Figura 7.1.8](#).



Figura 7.1.8. Menú para curvar los lados de los elementos (CURVES SIDE).

GLOBAL REFINE nos da varias opciones para refinar la malla. Al igual que los menús anteriores este también aparece en la parte derecha de la ventana Nekton. En él podemos ver todas las opciones que ofrece prenek para refinar la malla en la [Figura 7.1.9](#).

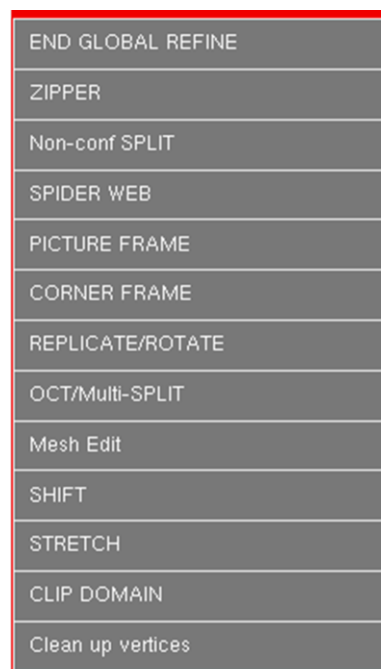


Figura 7.1.9. Menú para refinar la malla (GLOBAL REFINE).

De todas ellas nosotros hemos utilizado OCT/Multi-SPLIT, concretamente multisplit. Esta opción nos deja elegir un elemento pulsándolo con el ratón y dividirlo en varios elementos con el ratio que se desee. En nuestro proyecto hemos dividido los elementos centrales de la malla dibujada en la [Figura 3.2.1](#) en 4 elementos cada uno y los elementos externos en 2 elementos cada uno. Todos los elementos se dividieron con ratio unitario. De esta forma obtuvimos la malla dibujada en la [Figura 3.2.2](#).

Una vez hemos terminado de configurar la mala, pulsaremos en la opción END ELEMENTS del BUILD MENU para terminar este paso.

6. Lo siguiente que nos permite configurar el programa son las propiedades de las variables. Es decir, definir las propiedades de los diferentes materiales de los que estará compuesta nuestra malla. Para ello tenemos un menú como el que aparece en la [Figura 7.1.10](#). En caso de no definir nada, el código únicamente tendrá el fluido como único material.

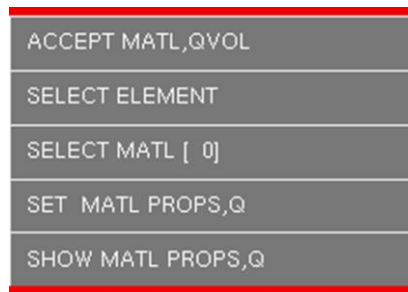


Figura 7.1.10. Menú para configurar las propiedades de las variables (VARIABLE PROPERTY).

Una vez hayamos terminado aceptamos este menú pulsando sobre ACCEPT MATL, QVOL y el código nos lleva al siguiente menú.

7. Este paso sirve exclusivamente para proseguir configurando el problema o darlo por concluido. De esta manera nos aparecen en el menú las dos opciones que se ven en la [Figura 7.1.11](#). Si seleccionamos la opción ABORT. El código saldrá de prenek y nos generará un archivo .rea con el nombre que le dimos a la sesión en el primer paso. En ese archivo tendremos guardada la geometría de nuestra malla. En esta opción a menos que la malla que hubiéramos importado tuviera introducidas las condiciones de contorno. Será necesario configurarlas posteriormente (en una nueva sesión) en prenek o introduciéndolas una a una en el archivo .rea (opción nada recomendable). En caso de seleccionar SET BCs, procederemos a configurar las condiciones de contorno a través de prenek.



Figura 7.1.11. Menú de “descanso a medio camino” (MIDWAY BREAK).

8. En el menú para imponer las condiciones de contorno que vemos en la [Figura 7.1.12](#), podremos decirle al código que nos muestre las condiciones de contorno que tiene impuestas nuestro problema mediante SHOW B.C.. Para ello el código nos pide únicamente que pulsemos sobre un lado de algún elemento. Podremos también hacer zoom para ver mejor nuestra malla pulsando en el recuadro ZOOM. Podremos cambiar la condición interna (E) en los lados de los elementos que queramos pulsando sobre INTERNAL B.C. y pulsando sobre el lado en el que queramos modificar la condición interna. Pero para ello es necesario haber definido previamente diferentes materiales en el apartado 6.

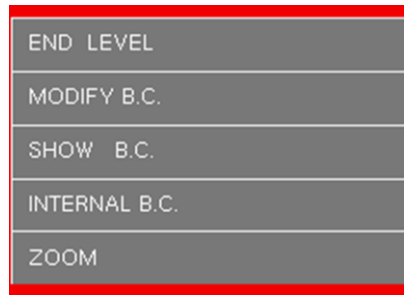


Figura 7.1.12. Menú para configurar las condiciones de contorno (BOUNDARY CONDITION).

Por último podremos modificar las condiciones de contorno pulsando sobre MODIFY B.C.. En caso de pulsar esta opción, primero nos pedirá que seleccionemos el lado del elemento donde queramos imponer la condición de contorno pulsando sobre él con el ratón. A continuación nos aparecerá un menú como el que se puede ver en la [Figura 7.1.13](#). Es importante recordar que los lados de los elementos que están en contacto tienen impuesta de manera automática por el código, la condición de contorno Interna E (Conectividad entre elementos).



Figura 7.1.13. Condiciones de contorno del fluido.

Primero se configuran las condiciones de contorno del fluido. La tecla SET ENTIRE LEVEL es muy cómoda. Permite imponer una condición de contorno sobre los mismos lados de los elementos que sean contiguos lateralmente (por ejemplo: los lados exteriores de todos los elementos externos de la malla representada en la [Figura 3.2.1](#). Que sería equivalente al fluido en contacto con la pared interna de la tubería en nuestro caso). De esta forma no tenemos por qué imponer las condiciones de contorno lado por lado de cada uno de los elementos.

Una vez hayamos impuesto todas las condiciones de contorno del fluido pulsaremos en END LEVEL (en algunos casos tridimensionales hay más de un nivel. Por lo que es necesario configurar las condiciones de contorno en cada uno de ellos y pulsar sobre END LEVEL al terminarlos).

Inmediatamente después de pulsar END LEVEL llega el turno de configurar las condiciones de contorno térmicas. Para ello tenemos que usar el menú de la [Figura 7.1.14](#) y realizar un proceso equivalente al explicado para las condiciones de contorno del fluido.



Figura 7.1.14. Condiciones de contorno térmicas.

9. El menú ACCEPT/REVIEW que vemos en la [Figura 7.1.15](#). Nos permite como indica su nombre, volver a revisar las condiciones de contorno pulsando REVIEW/MODIFY o concluir con el proceso de imponer las condiciones de contorno pulsando en ACCEPT B.C.'s. Este menú aparecerá previamente al menú del apartado anterior en caso de que la malla ya tuviera impuestas las condiciones de contorno.



Figura 7.1.15. Menú de aceptar o revisar las condiciones de contorno (ACCEPT/REVIEW).

10. Por último, tenemos un menú con varias opciones como el de la [Figura 7.1.16](#). Entre ellas DRIVE FORCE e INITIAL COND sirven para introducir forzados en las ecuaciones de cantidad de movimiento y para imponer condiciones iniciales respectivamente. En ambos casos es más cómodo realizar este proceso en el archivo .usr.

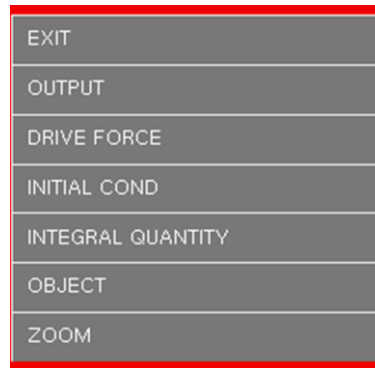


Figura 7.1.16. Menú con opciones adicionales para configurar el problema (OPTIONS).

Si pulsamos sobre el recuadro EXIT. El código escribirá en un archivo .rea que contendrá todos los parámetros impuestos en los apartados anteriores. Este archivo tendrá el nombre que le dimos a la sesión en el primer paso.